

10.4 Die Lorentz-Struktur der geladenen Ströme

10.4.1 Entdeckung der Paritätsverletzung

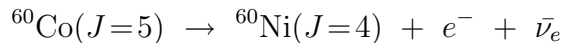
Im Jahre 1956 schlugen Lee und Yang zur Lösung des sogenannten θ - τ -Puzzles (siehe unten) vor, daß die Spiegelungsinvarianz in der schwachen Wechselwirkung verletzt sein könnte. Diese Paritätsverletzung wurde schon ein Jahr später von Wu et al. in dem β -Zerfall von ^{60}Co bestätigt.

Das θ - τ -Puzzle: In den fünfziger Jahren sind Zerfälle von geladenen Kaonen in 2 und 3 Pionen beobachtet worden. Da Analysen ergaben, daß in beiden Zerfällen kein relativer Bahndrehimpuls der Pionen auftritt, ist die Parität der Pion-Zustände einfach durch das Produkt der Eigenparität der Pionen gegeben ($P(\pi) = -1$). Also hat der 2-Pionen-Zustand $P = +1$ und der 3-Pionen-Zustand $P = -1$. Man nahm dann an, es handelt sich um zwei verschiedene Teilchen mit entarteten Massen und nannte sie θ und τ :

$$\begin{aligned}\theta &\rightarrow \pi^+\pi^0 & (L=0) & P=+1 \\ \tau &\rightarrow \pi^+\pi^+\pi^- & (L=0) & P=-1\end{aligned}$$

Wir wissen jetzt, daß $\theta = \tau = K^+$ ist und damit die Parität im K^+ -Zerfall verletzt ist.

Das Wu-Experiment: Madam Wu hatte 1957 den β -Zerfall von polarisierten ^{60}Co -Kernen (Spin $J = 5$) beobachtet (Abb. 10.15):



Die Beobachtungen ergaben, dass die Elektronen bevorzugt entgegen dem Spin des Co-Kerns emittiert wurden. Da der Spin \vec{J}^{Co} ein Axialvektor und der Impuls \vec{p}_e ein Vektor ist, ist das Produkt ein Pseudoskalar, das bei Spiegelung das Vorzeichen ändert. Das Nicht-Verschwinden eines observablen Pseudoskalars etabliert Paritätsverletzung:

$$\langle \vec{J}^{\text{Co}} \cdot \vec{p}_e \rangle \neq 0 \implies \not{P}$$

10.4.2 Theoretische Beschreibung der Paritätsverletzung

Fermi hatte bereits 1934 in seiner 4-Fermionen-Theorie eine Verallgemeinerung des in der QED auftretenden Vektorstromes (10.21) vorgeschlagen:

$$\bar{u}_2 \gamma^\mu u_1 \rightarrow \bar{u}_2 \mathcal{O}_i u_1. \quad (10.34)$$

Dabei sind die \mathcal{O}_i Operatoren, die lorentz-kovariant definierbar sein müssen, um zu lorentz-invarianten Matrixelementen zu führen. Die möglichen lorentz-kovarianten Operatoren sind Kombinationen aus den γ -Matrizen mit bestimmten Transformations-eigenschaften. Zu den vier γ -Matrizen in (1.67) definieren wir noch:

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (10.35)$$

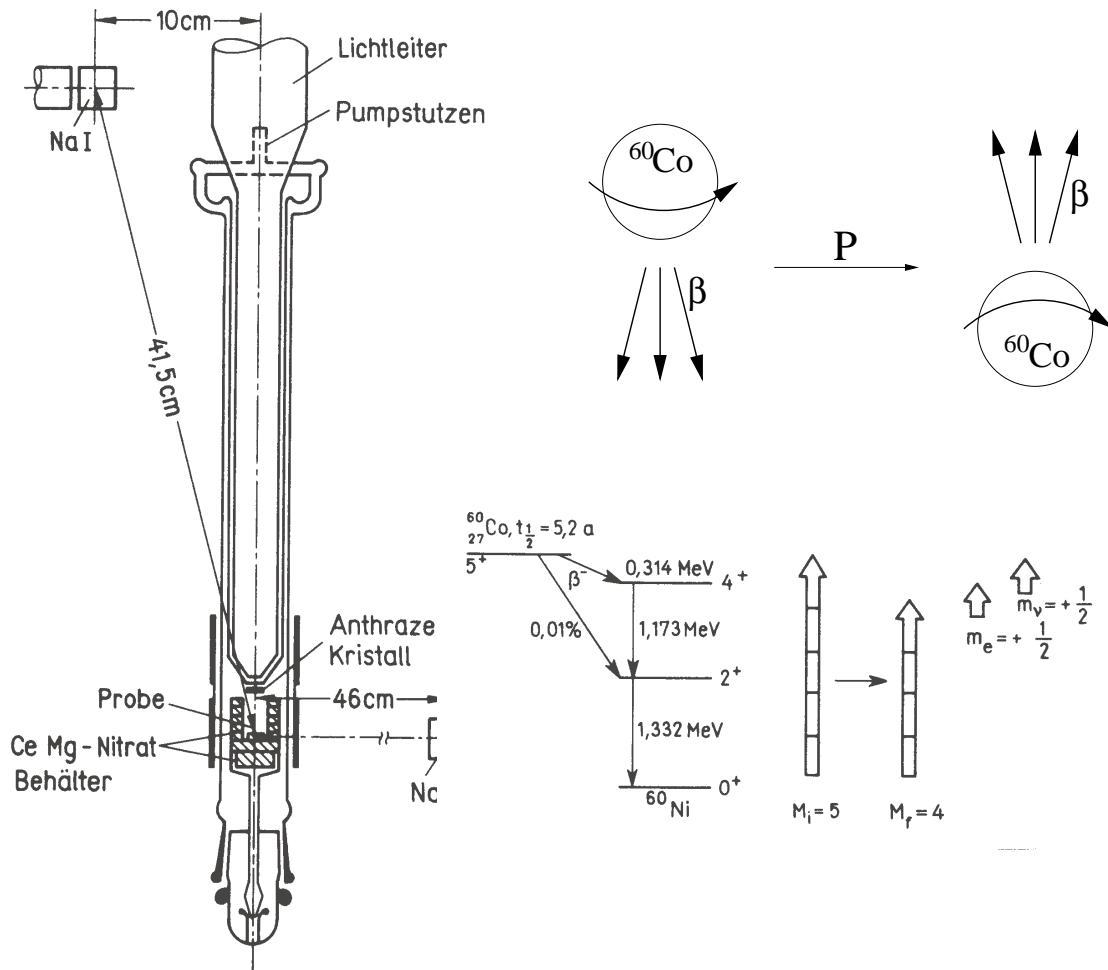


Abbildung 10.15: Das Experiment von Wu et al., mit dem die Paritätsverletzung im β -Zerfall des ^{60}Co beobachtet wurde. Links ist die Apparatur dargestellt: Durch adiabatische Entmagnetisierung des paramagnetischen Salzes Ce Mg-Nitrat wird die ^{60}Co -Probe auf etwa 0.01 K abgekühlt. Bei dieser Temperatur können die Spins der ^{60}Co -Kerne in einem B-Feld parallel zur Achse der Apparatur ausgerichtet werden, weil die magnetische Energie μB ($\mu(^{60}\text{Co}) = 3.75 \mu_K = 0.12 \cdot 10^{-6} \text{ eV/Tesla}$) in eine ähnliche Größenordnung wie die thermische Energie $kT \approx 0.9 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$ kommt. Dem β -Zerfall von ^{60}Co in ^{60}Ni folgt eine γ -Kaskade, über die der ^{60}Ni -Kern in seinen Grundzustand geht (siehe Schema auf der rechten Seite). Die Photonen werden bevorzugt in Richtung oder entgegen der Richtung des Ni-Spins emittiert, so dass durch Vergleich der Zählraten der beiden NaJ-Kristalle der Polarisationsgrad der Kerne bestimmt werden kann. Die β -Strahlung aus dem ^{60}Co -Zerfall wird in einem Anthrazen-Kristall (Szintillator wie NaJ) nachgewiesen. Zur Bestimmung der Emissionsasymmetrie wird das Magnetfeld umgepolt.

Tabelle 10.1:

i	\mathcal{O}_i	Strom	Paritätsverhalten
S Skalar	1	$\bar{u}u$	$P(\bar{u}u) \rightarrow +\bar{u}u$
P Pseudoskalar	γ_5	$\bar{u}\gamma_5 u$	$P(\bar{u}\gamma_5 u) \rightarrow -\bar{u}\gamma_5 u$
V Vektor	γ_μ	$\bar{u}\gamma_\mu u$	$P(\bar{u}\gamma_\mu u) \rightarrow -\bar{u}\gamma_\mu u$
A Axialvektor	$\gamma_\mu\gamma_5$	$\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 u$	$P(\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 u) \rightarrow +\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 u$
T Tensor	$\gamma_\mu\gamma_\nu$	$\bar{u}\gamma_\mu\gamma_\nu u$	$P(\bar{u}\gamma_\mu\gamma_\nu u) \rightarrow +\bar{u}\gamma_\mu\gamma_\nu u$

Alle möglichen kovarianten Operatoren und ihre Transformationseigenschaften bezüglich Lorentz-Transformationen sind in Tabelle 10.1 aufgeführt:

Wenn das Matricelement als Produkt zweier Ströme gebildet werden soll, $M_{fi} \sim j_1 j_2$, müssen die beiden Ströme eine gleiche Anzahl Lorentz-Indizes haben, um sie 'kontrahieren' zu können. Zum Beispiel ist $S \cdot S$, $S \cdot P$, $V \cdot V$, $V \cdot A$ möglich, aber nicht $V \cdot T$ (die Ströme sind hier mit den Symbolen für ihre Transformationseigenschaften bezeichnet). Das Matricelement M_{fi} kann ein Skalar oder auch Pseudoskalar sein, weil $|M_{fi}|^2$ als Observable ein Skalar sein muß (in symbolischer Schreibweise $S \cdot S = S$ und $P \cdot P = S$). Die Parität ist nicht erhalten, wenn M_{fi} eine Skalar-Pseudoskalar-Mischung ist:

$$M_{fi} = S + P \quad \Rightarrow \quad \text{Paritätsverletzung} \quad (10.36)$$

Dann ergeben sich pseudoskalare Anteile ($S \cdot P = P$) in $|M_{fi}|^2$, die paritätsverletzend sind, das heißt, in einem gespiegelten Bezugssystem wird nicht mehr der gleiche Prozess beobachtet.

In vielen Experimenten ist die Struktur der Ströme und deren Kopplungsstärke untersucht worden. Das Ergebnis aller Untersuchungen bisher ist, dass die geladenen schwachen Ströme eine sogenannte 'V-A'-Struktur haben und die Kopplung für alle fundamentalen Fermionen universell ist und durch die Fermi-Konstante G_F beschrieben wird.

V-A-Struktur der Ströme: Der Ausdruck 'V-A' bedeutet, dass der Operator \mathcal{O} aus einem Vektor- und Axialvektor mit einer bestimmten Phase zusammengesetzt ist:

$$\mathcal{O} = c_V \cdot \gamma^\mu - c_A \cdot \gamma^\mu \gamma_5 = \gamma^\mu (c_V - c_A \cdot \gamma_5) \quad (10.37)$$

Für die Ströme der fundamentalen Fermionen (Leptonen und Quarks) wurde experimentell gefunden:

$$c_V = c_A \quad (10.38)$$

Wenn man die Kopplungsstärke in eine getrennte Konstante steckt, kann man $c_V = c_A = 1$ setzen und erhält für die fundamentalen schwachen geladenen Ströme:

$$j^\mu(1 \rightarrow 2) = \bar{u}_2 \mathcal{O} u_1 = \bar{u}_2 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_1 \quad (10.39)$$

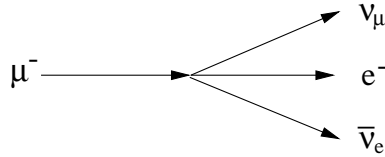


Abbildung 10.16: Der 4-Fermionen-Kontaktgraph für den μ -Zerfall (siehe Abb. 4.2 für den entsprechenden Graphen mit W-Austausch).

Das relative Vorzeichen des V- und des A-Terms hängt von der benutzten Konvention für die γ -Matrizen ab. Es ist dadurch festgelegt, dass der Operator \mathcal{O} links- und rechtshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen koppelt, was wir weiter unten genauer diskutieren werden. Die Bevorzugung einer Händigkeit bedeutet Verletzung der Spiegelungsinvarianz, also Paritätsverletzung. Formal ergibt sich für das Matrixelement:

$$M_{fi} = (V - A)(V - A) = VV - AV + AA = S + P \quad (10.40)$$

Damit tritt im quadrierten Matrixelement ein pseudoskalarer Term auf, der die Parität verletzt. Tatsächlich ist $|M_{fi}|^2$ für reine (V-A)-Ströme wie in (10.39) ein reiner Pseudoskalar. Man spricht dann von ‘maximaler Paritätsverletzung’, was einer reinen links- oder rechtshändigen Kopplung entspricht (siehe unten).

Zerfall des μ -Leptons: Als Beispiel betrachten wir den μ -Zerfall (Abb. 10.16):

$$\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e \quad (10.41)$$

In der 4-Fermion-Theorie mit V-A-Kopplung lautet das Matrixelement:

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_{e^-} \gamma^\nu (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}] [\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) u_\mu] \quad (10.42)$$

(ein auslaufendes $\bar{\nu}_e$ entspricht einem einlaufenden ν_e). Unter Berücksichtigung des 3-Körper-Phasenraums im Endzustand erhält man daraus die Zerfallsbreite des μ -Leptons:

$$\Gamma_\mu = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192 \pi^3} \quad (10.43)$$

Das entspricht einer Lebensdauer von $\tau = 2.2 \mu\text{s}$. Charakteristisch für diese leptoniche Zerfallsbreite ist die Abhängigkeit von der fünften Potenz der Masse. Mit der bekannten Masse des Muons kann aus der Lebensdauerermessung ein sehr genauer Wert von G_F bestimmt werden. Der Vergleich dieses Wertes mit dem in hadronischen Zerfällen gemessenen erlaubt die Bestimmung des Cabibbo-Winkels beziehungsweise der CKM-Matrixelemente für die Quarkmischungen (Abschnitt 6.1.1 und 6.2.5).

Die Gleichung (10.43) kann auch auf die leptoniche Zerfälle von τ -Leptonen angewandt werden, wenn man entsprechend die gemessene τ -Masse einsetzt. Der Vergleich der μ - und τ -Zerfälle bestätigt für den leptoniche Sektor die Annahme, dass die schwachen Kopplungen universell sind.

Hadronische Ströme: Hadronische Ströme, wie der Übergangstrom Neutron \rightarrow Proton in Abb. 10.6, lassen sich auf Quarkströme zurückführen (siehe Abb. 4.1 für den Neutronzerfall). Zur Berechnung der hadronischen Matrixelemente müssen allerdings auf die fundamentalen Quarkströme gluonische Korrekturen angewandt werden, um der starken Wechselwirkung Rechnung zu tragen.

Während leptonische Ströme bisher nur innerhalb einer Generation beobachtet worden sind, müssen bei Quarkströmen die Flavour-Mischungen, beschrieben durch die CKM-Matrix (6.21), beachtet werden. Die $3 \times 3 = 9$ möglichen geladenen Ströme zwischen ‘ d -artigen’ und ‘ u -artigen’ Quarks lassen sich kompakt schreiben:

$$\begin{aligned} j^\mu &= (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \\ &= \bar{u}_u \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_d \cdot V_{ud} + \bar{u}_u \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_s \cdot V_{us} + \dots \end{aligned} \quad (10.44)$$

Die Matrixelemente für die schwache Wechselwirkung fundamentaler Fermionen lauten dann allgemein:

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_1^\mu j_{2\mu}, \quad (10.45)$$

wobei die j_i Lepton- oder Quarkströme sein können. Das bedeutet also, dass auch für Quarkströme die universelle Kopplung G_F gilt, wenn man die Ströme jeweils mit dem CKM-Matrixelement wie in (10.44) wichtet.

Die Hypothese der Gleichheit der Kopplungsstärke und Kopplungsstruktur aller fundamentalen Fermionenströme ist in guter Übereinstimmung mit den Experimenten (**Universalität der schwachen Wechselwirkung**).

Helizität und Chiralität: Die Chiralitäts-Operatoren

$$P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \quad \text{und} \quad P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} \quad (10.46)$$

projizieren rechts- bzw. linkshändige Zustände u_R, u_L , die durch folgende Gleichungen definiert sind, aus den Spinor-Wellenfunktionen von Dirac-Teilchen:

$$P_R u_R = u_R; \quad P_R u_L = 0; \quad P_L u_R = 0; \quad P_L u_L = u_L \quad (10.47)$$

Man ordnet diesen Zuständen die ‘Chiralität’ oder Händigkeit R bzw. L zu. Für Dirac-Teilchen mit Masse $m = 0$ sind das Zustände mit Spin $+1/2$ bzw. $-1/2$ in Impulsrichtung. Die Projektion des Spins auf die Impulsrichtung

$$\lambda = \pm \frac{1}{2} \quad (10.48)$$

nennt man die Helizität eines Teilchens. Die Helizität kann als Produkt von Spin und Impuls eines Teilchens dargestellt werden,

$$\lambda = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad (10.49)$$

und ist demnach eine pseudoskalare Observable, deren Erwartungswert Null sein müßte, wenn die Parität erhalten wäre.

Wenn die Masse endlich ist, ist die Ausrichtung des Spins in Impulsrichtung nicht mehr Lorentz-invariant. Man kann dann nämlich ein Teilchen (zumindest in Gedanken) überholen, so dass sich die Impulsrichtung für den Betrachter umkehrt; der Drehimpuls behält aber seinen Drehsinn.

Um die Kopplung der schwachen Wechselwirkung für Teilchen mit nicht-verschwindender Masse zu beschreiben, definiert man den Grad der Ausrichtung der Helizität h eines Teilchens durch:

$$h = \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} \quad (10.50)$$

Dabei sind I_+ und I_- jeweils die Intensitäten der Teilchen mit Helizitäten $\pm 1/2$ (häufig wird die Größe h auch mit der Helizität gleichgesetzt). In der schwachen Wechselwirkung (mit $c_V = c_A$, d. h. maximale Paritätsverletzung) ergibt sich für Fermionen:

$$I_+ = \frac{1 - \beta}{2}; \quad I_- = \frac{1 + \beta}{2}, \quad (10.51)$$

und

$$h = -\frac{v}{c} = -\beta. \quad (10.52)$$

Für Antifermionen gelten jeweils die umgekehrten Vorzeichen. Wir sprechen deshalb von einer linkshändigen Kopplung für Fermionen und einer rechtshändigen für Antifermionen.

Aus (10.52) ergibt sich, dass masselose Fermionen mit $\beta = 1$ (wie die Neutrinos) in der schwachen Wechselwirkung als reine Helizitätszustände auftreten:

$$h = -1 \quad (10.53)$$

Die Helizität der Elektron-Neutrinos ist erstmalig 1958 von M. Goldhaber et al. in dem als ‘Goldhaber-Experiment’ bekannt gewordenen Experiment bestimmt worden.

Zerfall der geladenen Pionen: Für massive Teilchen ist immer $\beta \neq 1$ und damit gibt es immer Beimischungen des anderen Drehsinns. Die Implikation dieser Aussage ist sehr schön am π -Zerfall zu sehen. Für die beiden Zerfallsmoden in Elektronen oder Myonen ergibt sich für das Verhältnis der Zerfallswahrscheinlichkeiten:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = 1.275 \cdot 10^{-4},$$

obwohl der Phasenraum für die leichteren Elektronen viel größer ist. Die Erklärung ist eine Diskrepanz zwischen der Drehimpulserhaltung und der Händigkeit in der schwachen Wechselwirkung (Abb. 10.17). Beim Zerfall des Pions mit Spin 0 verlangt die Drehimpulserhaltung, dass das geladene Lepton $l^- = e^-$, μ^- rechtshändig ist, weil ja das Antineutrino in jedem Fall rechtshändig ist und beide Spins sich zu 0 addieren müssen. Da das Myon etwa 200 mal schwerer als das Elektron ist, ist seine Geschwindigkeit kleiner, und es hat damit wegen $h = -\beta$ einen höheren rechtshändigen Anteil.

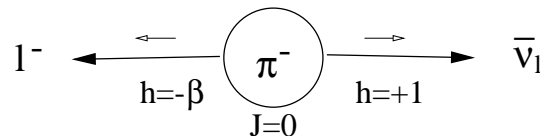


Abbildung 10.17: Drehimpulse und Helizitäten beim Pionzerfall

10.5 Glashow-Salam-Weinberg-Theorie (GSW)

Wir haben gesehen, dass die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung sehr ähnliche Strukturen haben. Glashow, Salam und Weinberg ist es gelungen, beide Wechselwirkungen in einer vereinheitlichten Theorie als elektro-schwache Wechselwirkung zu beschreiben (Nobelpreis 1979, nach der Entdeckung der vorausgesagten neutralen Ströme).

Der Ansatz war der Versuch, die schwache Wechselwirkung aus einer lokalen Eichsymmetrie (siehe Abschnitt 5.3) wie bei der QED herzuleiten. Während in der QED nur ein Eichboson, das Photon, auftritt und damit die Eichgruppe die einfache $U(1)$ -Gruppe der Phasentransformationen mit einem Parameter ist, treten bei der schwachen Wechselwirkung mehrere Eichbosonen auf (zunächst waren es W^+ , W^-) und die Eichgruppe wird komplizierter. Die einfachste Erweiterung ist eine $SU(2)$ -Eichgruppe, wie sie dem Spin und Isospin unterliegt. Man definiert dann einen **schwachen Isospin**. Die linkshändigen Fermionen bilden Isospin-Dubletts ((ν, e) , (u, d) , ...) und die rechtshändigen bilden Isospin-Singulets (weil sie an der schwachen Wechselwirkung nicht teilnehmen).

Wenn man die $SU(2)$ -Symmetrie als lokale Eichgruppe auffaßt, treten 3 Felder auf, die wir zunächst W^\pm , W^0 nennen (zur Erinnerung: die $U(1)$ der QED hat ein Feld, das Photon, die $SU(3)$ der QCD hat 8 Felder, die Gluonen). In der folgenden Tabelle sind die Symmetrien, Felder und Kopplungen für die schwache und elektromagnetische Wechselwirkung zusammengefaßt (Tab. 10.2; das L in $SU(2)_L$ drückt aus, dass nur linkshändige Fermionen an der Wechselwirkung teilnehmen).

Tabelle 10.2:

Eichbosonen	Symmetrie	Kopplung
W^\pm, W^0	$SU(2)_L$	g
B^0	$U(1)$	g'

Man hatte zunächst die Hoffnung, dass man eine gemeinsame Eichsymmetrie mit einer gemeinsamen Kopplungskonstanten für die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung finden könnte. Das hat sich nicht bestätigt. Allerdings hat sich auch ergeben, dass beide Eichgruppen nicht unabhängig voneinander bleiben: Die beiden neutralen Felder B^0 und W^0 , die an die gleichen Endzustände koppeln können, mischen zu den physikalisch beobachteten Feldern γ und Z^0 mit dem Weinberg-

Mischungswinkel θ_W :

$$\begin{aligned} Z^0 &= W^0 \cdot \cos \theta_W - B^0 \cdot \sin \theta_W \\ \gamma &= W^0 \cdot \sin \theta_W + B^0 \cdot \cos \theta_W \end{aligned} \quad (10.54)$$

Die GSW-Theorie ist experimentell sehr gut bestätigt worden. Dennoch gibt es viele offene Fragen, die nahelegen, dass auch diese Theorie nur eine, wenn auch sehr gute, Annäherung an die Wirklichkeit ist. Eine der Fragen ist zum Beispiel, warum die W - und Z -Bosonen Masse haben, das Photon aber nicht. Überhaupt ist die Frage nach dem Ursprung der Massen ungeklärt. Massen brechen die Symmetrien, weil Massenterme nicht eichinvariant sind. Im Standardmodell können Massen durch die sogenannte ‘spontane Symmetriebrechung’ eichinvariant eingebaut werden. Ihre Massen erhalten die fundamentalen Fermionen und Bosonen dann durch die Wechselwirkung mit einem zusätzlichen Feld, dem Higgs-Feld, das so gewählt werden kann, dass die W - und Z -Bosonen Masse erhalten, das Photon aber masselos bleibt. Dieses Feld entspricht einem skalaren Teilchen, also mit $J^P = 0^+$, und einer Masse, die unterhalb von 1 TeV liegen soll.

10.6 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Unser heutiges Wissen über die Teilchen und ihre Wechselwirkungen ist in dem Standardmodell der Teilchenphysik, wie bereits in Kapitel 2 vorgestellt, zusammengefasst: es gibt die Fermionen als die fundamentalen Bausteine der Materie (Tab. 2.1) und die Wechselwirkungen, die über den Austausch von Bosonen beschrieben werden (Tab. 2.2). Die starke, elektromagnetische und schwache Wechselwirkung werden aus Eichinvarianzen als Quantenfeldtheorien abgeleitet, deren Basis die spezielle Relativitätstheorie und die Quantentheorie sind. Die Gravitation spielt im Rahmen des Standardmodells eine Sonderrolle. Sie basiert auf der allgemeinen Relativitätstheorie, für die Probleme bei der Quantisierung auftreten.

Das Standardmodell ist in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Beobachtungen. Bisher sind keine Abweichungen gefunden worden. Trotz seines Erfolges wird das Standardmodell der elektro-schwachen und der starken Wechselwirkung nicht als die letzte Wahrheit angesehen. Eines der Argumente ist die große Anzahl der freien Parameter des Modells, die nicht vorhergesagt werden können:

- 3 Kopplungskonstanten α , α_s , $\sin \theta_W$;
- 2 Bosonmassen M_W , M_H ;
- 3 Leptonmassen m_e , m_μ , m_τ (die Neutrinomassen werden im Standardmodell zu Null angenommen);
- 6 Quarkmassen m_u , m_d , m_c , m_s , m_t , m_b ;
- 4 Parameter der CKM-Matrix: drei Winkel und eine Phase.

Das sind 18 freie Parameter. Da sich jetzt herausgestellt hat, dass die Neutrinos ebenfalls Massen haben, kommen die Massen und eine CKM-Matrix für die Neutrinos dazu.