

# Kapitel 3

## Experimentelle Methoden

Wie aus dem Vorhergehenden bereits deutlich wurde, beruhen die Experimente in der Kern- und Teilchenphysik im wesentlichen auf dem Nachweis von Teilchen, die in Zerfällen oder Streureaktionen entstehen. In diesem Kapitel wird beschrieben, wie Teilchen beschleunigt werden, wie sie mit Materie wechselwirken und über diese Wechselwirkungen in Detektoren nachgewiesen werden können.

**Literatur:** Die angegebenen Bücher über Kern- und Teilchenphysik enthalten in der Regel ein Kapitel über experimentelle Methoden. Eine gute Übersicht findet sich zum Beispiel in dem Buch von Demtröder [8], Kap.4.

Ausführlicher werden Detektoren und Nachweismethoden zum Beispiel in den Büchern von Kleinknecht [30], Grupen [31] und Leo [32], Teilchenbeschleuniger in dem Buch von Wille [33] dargestellt.

Eine kompakte Zusammenfassung des Stoffes und das nötige Zahlenmaterial (auch für die Übungen!) findet man in dem Review of Particle Physics [34].

### 3.1 Beschleuniger

**Statische Beschleuniger:** Geladene Teilchen (Ladung  $q$ ) werden von einem elektrischen Feld  $\vec{E}$  auf die kinetische Energie  $T$  beschleunigt:

$$T = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{s} = qU, \quad (3.1)$$

wobei  $U$  die Spannung zwischen den Punkten 1 und 2 ist. Auf diese Weise werden zum Beispiel Elektronen in einem Kathodenstrahloszillograph beschleunigt (Abb. 3.1). Statische elektrische Felder sind begrenzt durch das Auftreten von Überschlägen. Mit besonderen Maßnahmen kann man maximal  $T_{max} \approx 20$  MeV erreichen (Van-de-Graaff-Beschleuniger).

**Hochfrequenz-Beschleuniger:** Das Problem der Spannungsdurchbrüche kann man umgehen, indem man hochfrequente elektromagnetische Felder benutzt. Die zu beschleunigenden Teilchen müssen diese Felder so durchlaufen, dass sie in Phase mit den beschleunigenden E-Feldern sind.

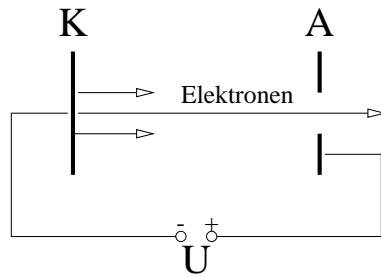


Abbildung 3.1: Beschleunigung von Elektronen in einem elektrischen Feld (Prinzip des Kathodenstrahl-Oszillographen).

### 3.1.1 Linearbeschleuniger:

Das soll am Beispiel eines Linearbeschleunigers für Elektronen erläutert werden. Dieser Beschleuniger ist ein Rohr, das mit Irisblenden (siehe Abb. 3.2) in wohlgeählten Abständen ausgestattet ist. Gibt man auf die Blenden abwechselnd positive und negative Spannungen, wirken sie wie Kondensatoren, zwischen denen sich elektrische Felder ausbilden, die von einer Zelle zur nächsten die Richtung ändern. In einer bestimmten Zelle wechselt das Feld die Richtung mit einer festen Frequenz. Die Elektronen müssen immer gerade dort sein, wo das Feld in die Beschleunigungsrichtung weist, das heißt, sie müssen während einer halben Schwingung gerade einen Blendenabstand zurücklegen.

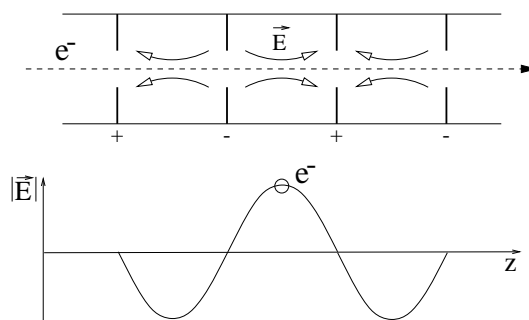


Abbildung 3.2: Prinzip eines Hochfrequenz-Linearbeschleunigers.

Typisch für Hochfrequenz-Beschleuniger sind Energiegewinne von etwa 8 MeV/m. Der Linearbeschleuniger in Stanford (SLAC) erreichte ursprünglich 20 GeV auf 3 km. Die Energie ist dann auf 50 GeV erhöht worden. Ein Zukunftsprojekt ist der 'International Linear Collider' (ILC), in dem Elektronen und Positronen in der ersten Phase mit je etwa 250 GeV zur Kollision gebracht werden sollen. DESY entwickelte für dieses Projekt supraleitende Kavitäten, die mindestens 35 MeV/m erreichen; in Prototypen werden mehr als 40 MeV/m erreicht.

### 3.1.2 Kreisbeschleuniger

Hochfrequenzbeschleuniger lassen sich kompakt als Kreisbeschleuniger bauen. Dabei werden die Teilchen durch Magnetfelder auf Kreisbahnen gehalten und durchlaufen

Hochfrequenz-Kavitäten, die auf dem Kreisumfang angeordnet sind.

**Zyklotron:** Ein Zyklotron wird zur Beschleunigung von Protonen oder Ionen benutzt. Die Teilchen werden durch einen Magneten mit konstantem Feld auf Kreisbahnen gezwungen, an zwei Stellen werden sie beschleunigt. In der Mitte befindet sich die Teilchenquelle. Aufgrund der Beschleunigung bewegen sich die Teilchen auf Spiralbahnen nach außen, wo sie dann als Strahl extrahiert werden können (Abb. 3.3).

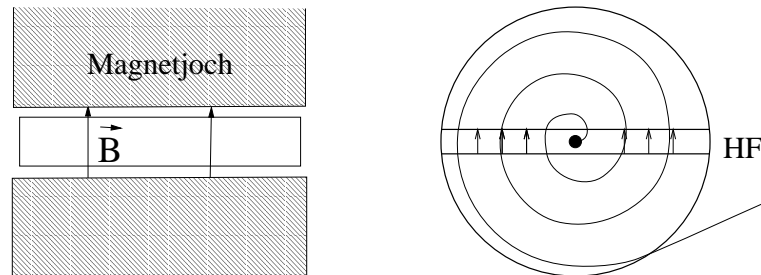


Abbildung 3.3: Prinzip eines Zyklotrons (Seitenansicht und Schnitt durch die Vakuumkammer).

Solange die Geschwindigkeiten der beschleunigten Teilchen klein gegen  $c$  ist, ist die Umlauffrequenz (=Zyklotronfrequenz)

$$\omega = \frac{q}{m} B \quad (3.2)$$

unabhängig von dem Bahnradius bzw. der Energie. Dann kann man alle Teilchen mit der gleichen Hochfrequenz beschleunigen. Bei relativistischen Energien, für Protonen ab etwa 20 MeV, werden die Teilchen relativ langsamer:

$$\omega = \frac{q}{m \gamma} B \quad (3.3)$$

Elektronen sind schon im Bereich von etwa 100 keV relativistisch. Deswegen kann das Zyklotronprinzip für Elektronen nicht benutzt werden. Für relativistische Teilchen sind andere Beschleunigertypen entwickelt worden, zum Beispiel das Synchrotron.

**Synchrotron:** Im Synchrotron werden die Teilchen durch ein variables Magnetfeld während der gesamten Beschleunigung auf einer konstanten Kreisbahn gehalten (siehe Abb. 3.4). Auf dem Kreisumfang sind an einer oder mehreren Stellen Hochfrequenz-Resonatoren für die Beschleunigung eingefügt. Die Teilchen werden von einem Vorbeschleuniger eingeschossen und können nach der Beschleunigung ejiziert und auf ein externes Target gelenkt werden. Man kann auch interne Targets im Vakuumsystem des Synchrotrons einsetzen. Zum Beispiel kann man an einem Elektronensynchrotron durch Einfahren eines Wolframdrahtes in den internen Strahl einen hochenergetischen Photonenstrahl durch Bremsstrahlung (siehe nächster Abschnitt) erzeugen.

Der Radius eines Synchrotrons skaliert proportional zur Energie und umgekehrt proportional zum Magnetfeld:

$$R \sim \frac{E}{B}, \quad (3.4)$$

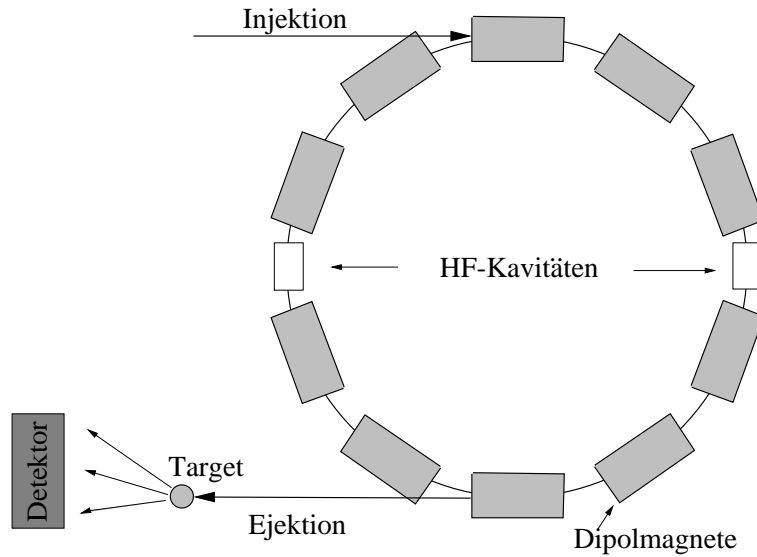


Abbildung 3.4: Prinzip eines Synchrotrons.

so dass die Grenzen durch die Baukosten und die erreichbare Stärke eines Magnetfeldes gegeben sind. In dem Elektron-Proton-Speicherring HERA (DESY, Hamburg, bis Juli 2007 in Betrieb) wurden in einem Ring von etwa 6 km Umfang Protonen auf nahezu 1 TeV Energie gebracht. Die Elektronen konnten in demselben Ring nur auf etwa 30 GeV beschleunigt werden, weil sie wegen ihrer geringen Masse bei Beschleunigung Energie in Form der sogenannten Synchrotronstrahlung abgeben. Hier spielt die Zentripetalbeschleunigung, die die Elektronen auf einem Kreis mit Radius  $R$  hält, die entscheidende Rolle. Die abgestrahlte Leistung wächst sehr schnell mit höherer Energie an:

$$P \sim \frac{E^4}{R^2} \quad (3.5)$$

Wegen  $P \sim 1/R^2$  müsste man zu immer größeren Ringen gehen. Mit der bisher größten Anlage (LEP, ‘Large Electron Positron Collider’, im CERN, Genf) mit einem Umfang von 27 km wurden mehr als 200 GeV erreicht. Das LEP-Programm wurde 2000 beendet. Um mit Elektronen zu höheren Energien zu kommen, geht man jetzt wieder auf Linearbeschleuniger zurück.

### 3.1.3 Speicherringe

Streuexperimente wurden zunächst als ‘fixed target’ Experimente durchgeführt: ein aus dem Beschleuniger extrahierter Strahl wird auf ein im Labor ruhendes Target geschossen (zum Beispiel auf flüssigen Wasserstoff, wenn man Streuung an Protonen untersuchen will). Der Nachteil dieser Methode ist, dass viel Energie in den Rückstoß des Targetteilchens geht und die im Schwerpunkt zur Verfügung stehende Energie nur wie  $E_{cm} \sim \sqrt{E_{Strahl}}$  der Strahlenergie folgt. Wenn man dagegen symmetrisch beide Streupartner beschleunigt, kann man eine optimale Energieumsetzung erreichen:  $E_{cm} \sim E_{Strahl}$ . Das erreicht man in Speicherringen (Abb. 3.5), in denen zwei Teilchenstrahlen in Gegenrichtung beschleunigt werden und in speziellen Wechselwirkungspunkten zur Kollision gebracht werden (‘Collider’). In den letzten etwa 30

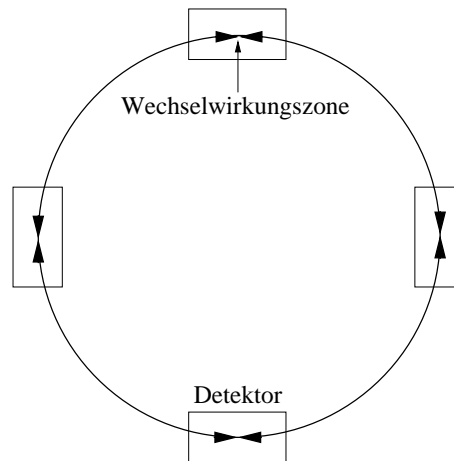


Abbildung 3.5: Prinzip eines Speicherringes.

Jahren sind die meisten wichtigen Entdeckungen der Teilchenphysik an Elektron-Positron-, Proton-Proton-, Proton-Antiproton- und Elektron-Proton-Speicherringen gemacht worden. Die größten Anlagen des jeweiligen Typs sind in Tabelle 3.1 aufgeführt.

Tabelle 3.1: Die größten zur Zeit laufenden oder geplanten 'Collider'.

Name	Ort	Teilchen	$E_{Strahl}$ [GeV]	$E_{cm}$
LEP (beendet)	CERN (Genf)	$e^+ e^-$	100 + 100	200 GeV
SLC (beendet)	Stanford (USA)	$e^+ e^-$	50 + 50	100 GeV
Tevatron	FNAL (Chicago)	$p \bar{p}$	1000 + 1000	2 TeV
HERA (beendet 2007)	DESY (Hamburg)	$e p$	30 + 920	330 GeV
LHC (Start 2008)	CERN (Genf)	$p p$	7000 + 7000	14 TeV
ILC (geplant)	nicht entschieden	$e^+ e^-$	250 + 250	500 GeV

## 3.2 Wechselwirkungen von Teilchen mit Materie

Teilchen können nur über ihre Wechselwirkung mit Materie wahrgenommen werden. Detektoren nutzen für die verschiedenen Teilchen zum Beispiel folgende Wechselwirkungen aus:

- Ionisation: beim Durchgang durch Materie ionisieren alle geladenen Teilchen das Medium entlang ihrer Flugstrecke;
- Bremsstrahlung: Abstrahlung von Photonen vornehmlich von leichten Teilchen wie  $e^-$ ,  $e^+$  in Materie mit hoher Kernladungszahl  $Z$ ;
- Photonstreuung (Compton) und Photonabsorption;
- Kernreaktionen: Hadronen ( $p$ ,  $n$ ,  $\pi$ ,  $\alpha$ , ...) mit Kernmaterie;

- schwache Wechselwirkung: einzige Möglichkeit Neutrinos nachzuweisen.

### 3.2.1 Energieverlust aufgrund von Ionisation

Alle geladenen Teilchen verlieren beim Durchgang durch Materie Energie an die Elektronen der Atome (Abb. 3.6). Der mittlere Energieverlust pro Weglänge hängt

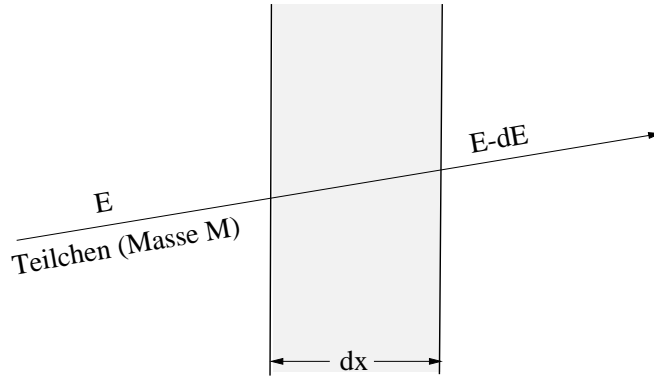


Abbildung 3.6: Energieverlust eines Teilchens bei Durchgang durch Materie.

von den Eigenschaften des Mediums und von der Geschwindigkeit des Teilchens ab (Bethe-Bloch-Formel):

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{D \cdot Z \cdot \rho}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \Delta T_{max}}{I^2} \right) - \beta^2 + \delta_{Korr} \right] \quad (3.6)$$

Dabei ist:

- $D = 4\pi \cdot N_A \cdot r_e^2 \cdot m_e c^2 = 0.307 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g}$  ( $r_e$  = klassischer Elektronenradius).
- $z, \beta$  sind Ladungszahl und Geschwindigkeit des Teilchens.
- $Z, A, \rho$  sind Kernladungszahl, Massenzahl und die Dichte des Mediums.
- $I$  ist ein effektives Ionisationspotential der Atome des Mediums. Es gilt etwa

$$I \approx 16 \cdot Z^{0.9} \text{ eV}. \quad (3.7)$$

- $\Delta T_{max}$  ist der maximale Energieübertrag auf ein Hüllenelektron, der sich beim zentralen Stoß ergibt:

$$\begin{aligned} \Delta T_{max} &= \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2 \gamma m_e/M + (m_e/M)^2} \\ &\approx 2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 && \text{für } \gamma m_e \ll M \\ &= m_e c^2 (\gamma - 1) && \text{für } m_e = M \end{aligned}$$

- $\delta_{Korr}$  sind verschiedene Korrekturen zu dieser Formel, die vor allem bei kleinen Energien (Schalenkorrekturen) und bei großen Energien (Dichtekorrekturen) auf. Darauf soll hier nicht im Einzelnen eingegangen werden.

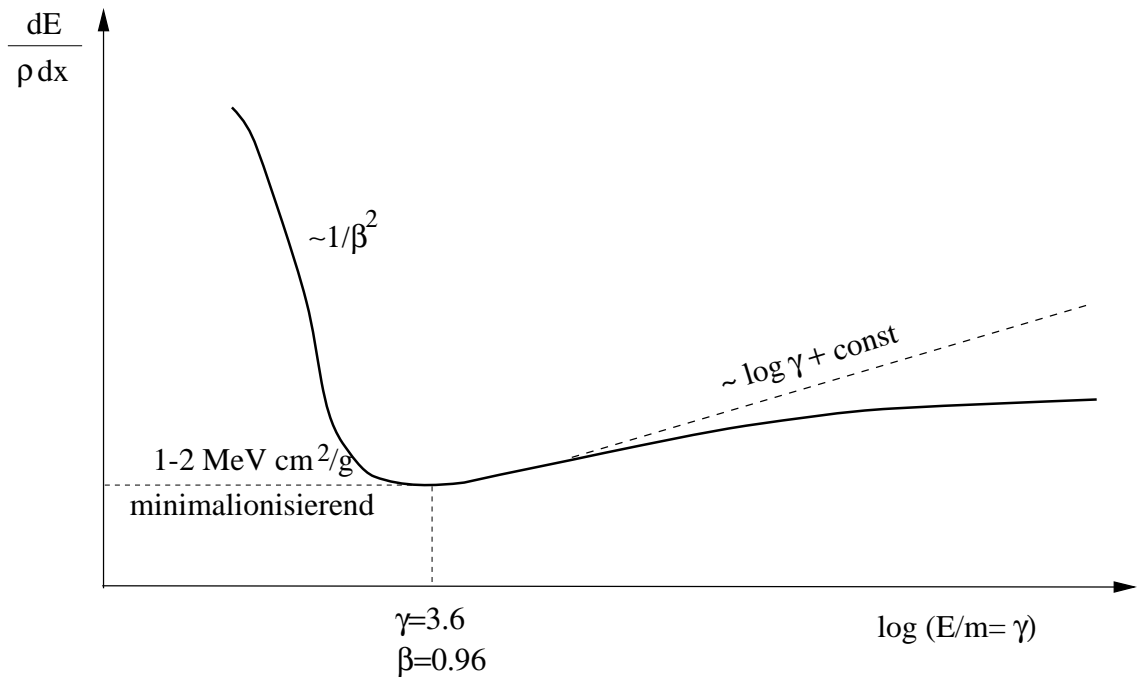


Abbildung 3.7: Die charakteristische Abhängigkeit des mittleren Energieverlustes von  $\beta$  oder  $\gamma$  bei gegebener Masse.

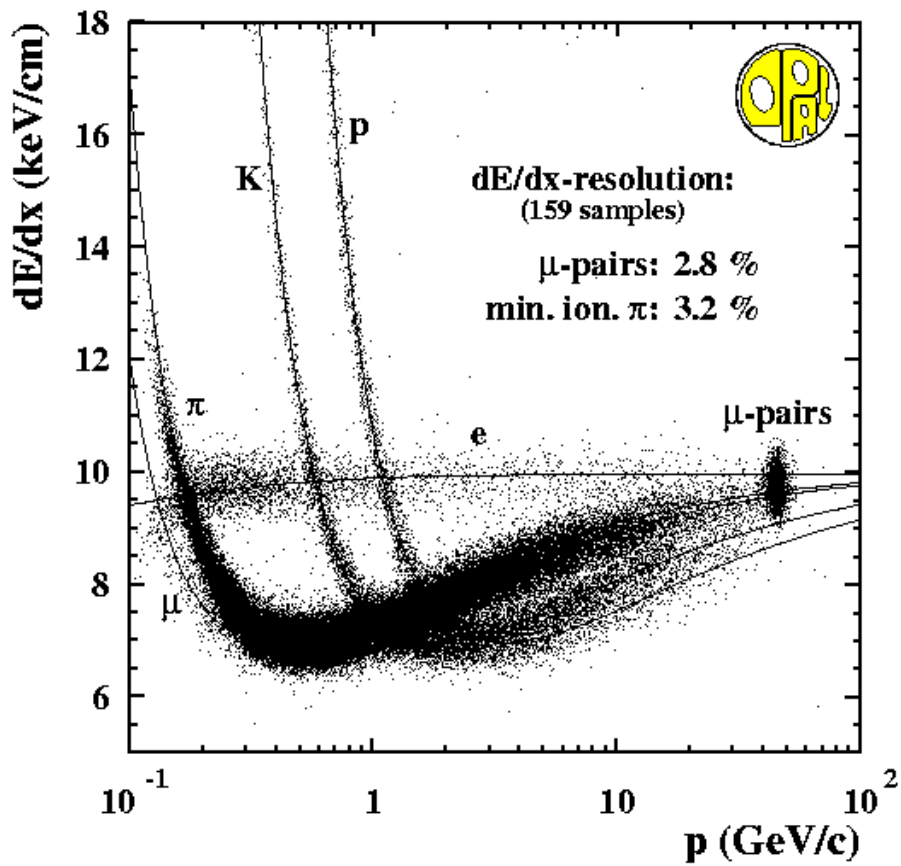


Abbildung 3.8: Messung der Ionisation von Teilchen, die aus dem Zerfall des  $Z^0$ -Bosons entstehen (LEP, OPAL-Detektor).

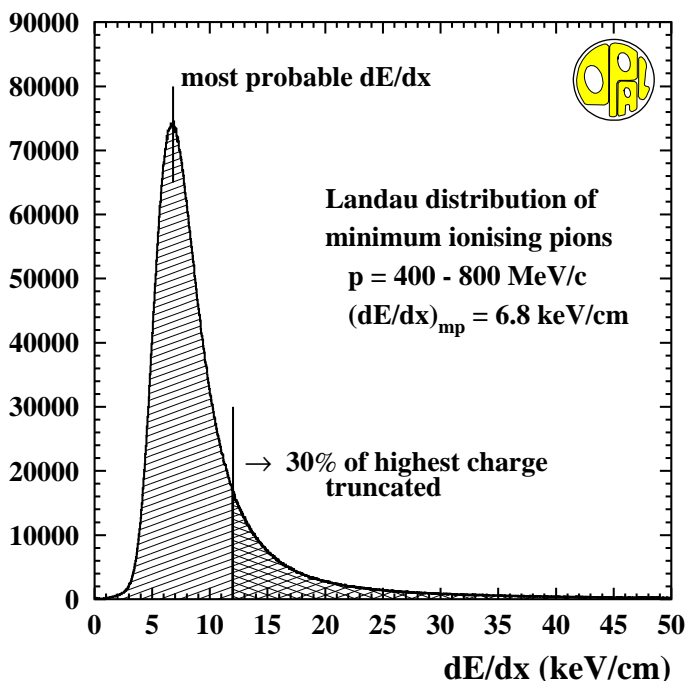


Abbildung 3.9: Landau-Verteilung gemessener  $dE/dx$ -Werte. Zur Teilchenidentifikation entsprechend der Abb. 3.8 bildet man die Mittelwerte vieler Messungen für ein Teilchen (in verschiedenen Lagen eines Detektors). Der Mittelwert wird statistisch stabiler, wenn man einen gewissen Prozentsatz der höchsten Werte wegläßt und dann den Mittelwert bildet ('truncated mean').

Tabelliert findet man im allgemeinen den auf die Dichte normierten Energieverlust:

$$\frac{dE}{\rho dx} \quad \text{in den Einheiten} \quad \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \quad (3.8)$$

In Abb. 3.7 ist die typische Abhängigkeit des Energieverlustes von der Energie wiedergegeben. Bei kleinen Energien dominiert der  $1/\beta^2$ -Term, bei hohen der  $\ln \gamma^2$ -Term. Der Anstieg bei hohen Energien ist ein relativistischer Effekt: die transversale Komponente des elektrischen Feldes wächst mit  $\gamma$ . Die Reichweite des Feldes wird allerdings begrenzt durch die Abschirmwirkung der umgebenden Atome ('Dichteeffekt': Sättigung von  $dE/dx$  bei hohen Energien). Zwischen dem  $1/\beta^2$ -Abfall und dem relativistischen Anstieg liegt ein breites Minimum um  $\gamma = 3.6$  beziehungsweise  $\beta = 0.96$ . Die  $\beta$ - oder  $\gamma$ -Abhängigkeit wird für die Teilchenidentifikation benutzt: Teilchen mit unterschiedlicher Masse haben aber bei gleichem Impuls unterschiedliches  $\beta$  und  $\gamma$ . Dadurch verschieben sich die  $dE/dx$ -Kurven als Funktion des Impulses für verschiedene Massen. Der Impuls geladener Teilchen kann durch Ablenkung in einem Magnetfeld gemessen werden. In Abb. 3.8 sind  $dE/dx$ -Messungen für verschiedene Teilchensorten gezeigt.

**Statistische Fluktuationen der  $dE/dx$ -Verteilung:** Die Bethe-Bloch-Formel gibt das mittlere  $dE/dx$  an. Die statistischen Fluktuationen werden durch die Landau-Verteilung beschrieben. Die Landau-Verteilung hat einen Gauß-artigen Anteil



Tabelle 3.2: Reichweiten von Elektronen, Protonen und  $\alpha$ -Teilchen in Luft und Wasser.

Teilchen	Energie [MeV]	Reichweite [m]	
		Luft	Wasser
Elektronen	0.1	0.13	$1.4 \cdot 10^{-4}$
	1.0	3.80	$4.3 \cdot 10^{-3}$
	10.	40.0	$4.8 \cdot 10^{-2}$
Protonen	0.1	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{-6}$
	1.0	$2.3 \cdot 10^{-2}$	$2.8 \cdot 10^{-5}$
	10.	1.20	$1.5 \cdot 10^{-3}$
$\alpha$ -Teilchen	0.1	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$1.4 \cdot 10^{-6}$
	1.0	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$6.1 \cdot 10^{-6}$
	10.	$9.5 \cdot 10^{-2}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$

(entspricht vielen Ionisationsprozessen mit kleinem Energieverlust) und einen Ausläufer zu großen Energieverlustwerten bis zu  $\Delta T_{max}$  (Abb. 3.9). Die großen Werte entsprechen den selteneren harten Stößen, bei denen viel Energie auf ein einzelnes Elektron übertragen wird. Das sind die  $\delta$ -Elektronen, die in Blaskammerbildern zum Beispiel als kleine, an die Teilchenspuren angeheftete Spiralen ('Schweineschwänzchen') zu sehen sind.

**Reichweite:** In genügend dickem Material kommen die Teilchen zur Ruhe, wenn sie ihre gesamte kinetische Energie  $T$  verloren haben.:

$$dE = \frac{dE}{dx}(T) \cdot dx \quad \text{oder} \quad dx = \frac{dE}{dE/dx} \quad \Rightarrow \quad R = \int_{T_0}^0 \frac{dE}{dE/dx} \quad (3.9)$$

Die Reichweite  $R$  eines geladenen Teilchens aufgrund von Energieverlust durch Ionisation hat für eine feste Energie einen bestimmten Wert mit geringer Streuung. Bei Durchgang eines Teilchenstrahls durch Materie bleibt die Teilchenzahl konstant bis zu einem relativ scharfen Abbruch (Abb. 3.10 und 3.11). Absorptionsprozesse (mit  $dN = -\mu dx$ ) führen dagegen zu einem exponentiellen Abfall der Teilchenzahl. Bei stark wechselwirkenden Teilchen (= Hadronen wie Protonen, Neutronen, Pionen und Kerne) kann es am Ende der Reichweite zu einer besonders hohen Dichte der deponierten Energie kommen (Bragg-Peak), was zum Beispiel für die Strahlentherapie von Tumoren genutzt wird (Abb. 3.11). Zum Beispiel haben langsame Neutronen und negative Pionen, die gestoppt werden und in eine atomare Bahn eingefangen werden, einen hohen Wirkungsquerschnitt für die Spallation von Kernen.

In der Kernphysik werden Reichweitemessungen zur Energiebestimmung von Protonen,  $\alpha$ -Teilchen und anderen Kernen benutzt (Abb. 3.12). Für den Strahlenschutz ist es wichtig, wie weit Strahlung in einem Medium kommt (Tabelle 3.2). Schwerere Teilchen kommen weniger weit, haben aber eine höhere Ionisationsdichte. So kann zum Beispiel  $\alpha$ -Strahlung innere Organe nur schädigen, wenn die Strahler inhaliert werden.

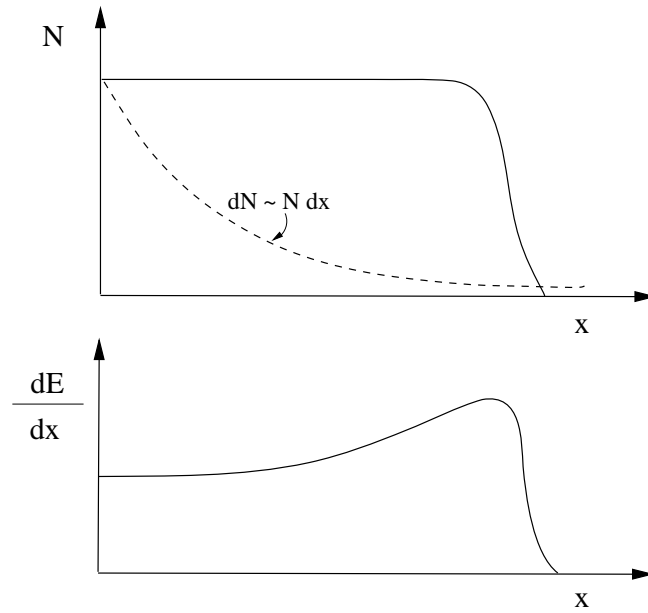


Abbildung 3.10: Die Teilchenzahl und der Energieverlust pro Weglänge als Funktion des Weges, den die Teilchen durch das Medium zurückgelegt haben.

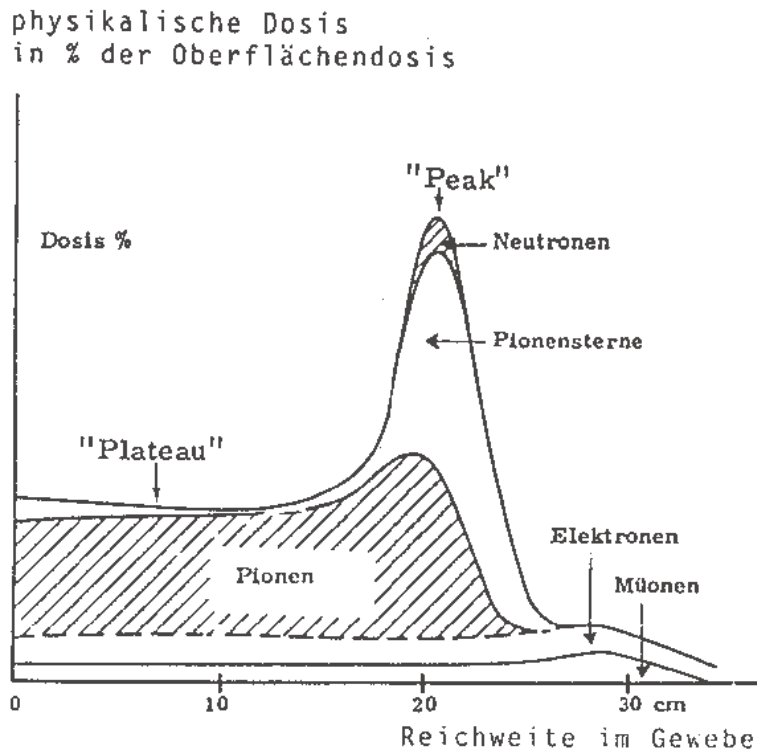


Abbildung 3.11: Energieverlust pro Weglänge in Körpergewebe. Die Überhöhung am Ende der Reichweite wird in der Medizin zur gezielten Bestrahlung tiefliegender Tumore genutzt. Neutronen und negative Pionen machen besonders heftige Wechselwirkungen mit Materie.

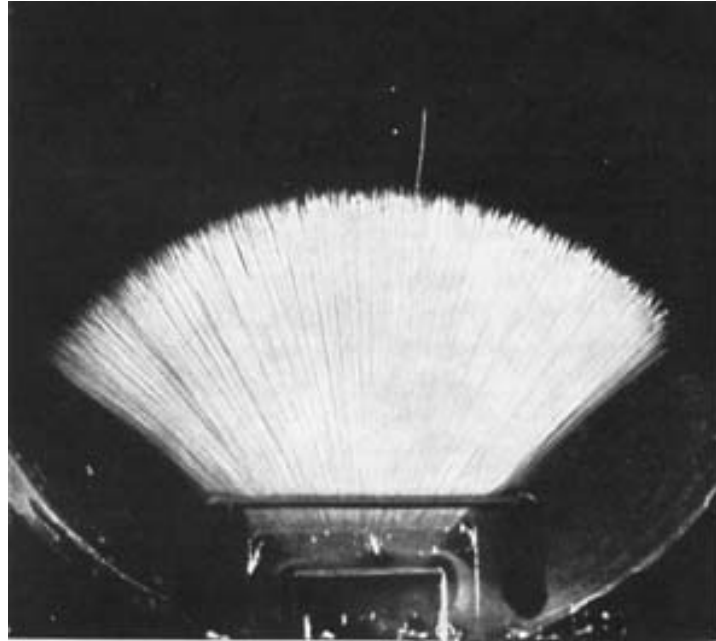


Abbildung 3.12: Spuren von  $\alpha$ -Teilchen aus einem radioaktiven Zerfall in einer Nebelkammer. Die Reichweite ist scharf begrenzt, das heißt die Teilchen haben gleiche Energien. Die einzige längere Spur stammt von einem angeregten Kernzustand.

### 3.2.2 Coulomb-Vielfachstreuung

Geladene Teilchen werden im Coulomb-Feld eines Kerns entsprechend dem Rutherford-Wirkungsquerschnitt gestreut. Gegenüber diesem Effekt ist die Ablenkung durch die Wechselwirkung mit Elektronen der Atomhülle bei höheren Energien vernachlässigbar.

Nach Durchgang eines Teilchens durch Material einer Dicke  $\Delta x$  ist das Teilchen im allgemeinen vielfach gestreut worden, was zu einer statistischen Verteilung des Streuwinkels relativ zur Eintrittsrichtung führt.

Die Coulomb-Streuung an einem einzelnen Kern (der als unendlich schwer angenommen wird) wird durch den Rutherford-Wirkungsquerschnitt beschrieben (Abb. 3.13):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}|_{Rutherford} = z^2 Z^2 \alpha^2 \hbar^2 \frac{1}{\beta^2 p^2} \frac{1}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (3.10)$$

Hier ist  $\theta$  der Streuwinkel,  $ze$  die Ladung des gestreuten Teilchens und  $Ze$  die des Kerns,  $\beta$  und  $p$  sind Geschwindigkeit und Impuls des gestreuten Teilchens<sup>1</sup>. Die Streuung erfolgt kohärent an der gesamten Ladung des Kerns, weshalb hier eine quadratische Abhängigkeit von  $Z$  auftritt (dagegen ist der Energieverlust durch Ionisation proportional zu  $Z$ , weil über die Beiträge der Hüllenelektronen inkohärent zu summieren ist). Wenn das gestreute Teilchen leicht gegenüber dem Kern ist, ergibt sich

<sup>1</sup>Diese Formel entspricht der klassisch hergeleiteten Streuformel (1.107), bei der  $E = E_{kin}$  die asymptotische kinetische Energie des ein- und auslaufenden Teilchens ist. Es gilt im nicht-relativistischen Grenzfall:  $\beta^2 p^2 \approx 4E_{kin}^2$ .

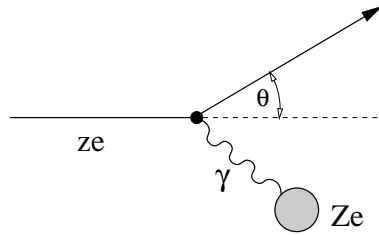


Abbildung 3.13: Streuung eines geladenen Teilchens (Ladung  $ze$ ) im Coulomb-Feld eines Kerns mit Ladung  $Ze$  (Rutherford-Streuung).

- eine Richtungsänderung
- bei geringem Energieübertrag.

Bei einem nicht zu dünnen Streuer, wenn die Anzahl der Streuungen etwa 20 oder mehr ist, spricht man von Vielfach- oder Molière-Streuung. Nach dem “zentralen Grenzwertsatz” der Statistik erwartet man bei unendlich vielen Streuungen eine Gauss-Verteilung für den Streuwinkel. In der Praxis lässt sich die mit der Molière-Theorie bestimmte Verteilung gut durch eine Gauss-Verteilung approximieren, man muss aber beachten, dass die Molière-Verteilung höhere Wahrscheinlichkeiten bei großen Winkeln hat (entsprechend dem Rutherford-Wirkungsquerschnitt).

In der Approximation durch eine Gaussverteilung wird die Streuwinkelverteilung durch einen Parameter, die Standardabweichung  $\theta_0$  des in eine Ebene projizierten Streuwinkels  $\theta_{plane}$ , festgelegt:

$$f(\theta_{plane})d\theta_{plane} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_0} \exp\left(-\frac{\theta_{plane}^2}{2\theta_0^2}\right)d\theta_{plane} \quad (3.11)$$

Der Parameter  $\theta_0$  ist näherungsweise gegeben durch:

$$\theta_0 = \frac{13.6 \text{ MeV}/c}{p \cdot \beta} z \sqrt{\frac{x}{x_0}} \left(1 + 0.038 \ln \frac{x}{x_0}\right) \quad (3.12)$$

Dabei ist  $x$  die Dicke des Streuers und  $x_0$  die Strahlungslänge des Streuermaterials. Die Strahlungslänge charakterisiert die Prozesse im Coulomb-Feld eines Kerns, wie zum Beispiel die Bremsstrahlung von Elektronen im Kernfeld (Abschnitt 3.2.3). Sie ist als Materialkonstante für verschiedene Materialien tabelliert ([34], Beispiele in Tabelle 3.4). Der räumliche Streuwinkel  $\theta_{space} = \theta$ , das ist der Winkel zwischen der Einfallsrichtung und der Austrittsrichtung des Teilchens aus dem Streuer, hat die Verteilung:

$$f(\theta)d\Omega = \frac{1}{2\pi\theta_0^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\theta_0^2}\right)d\Omega \quad \text{mit} \quad d\Omega = \theta d\theta d\phi \quad (3.13)$$

Man beachte, dass der räumliche Streuwinkel im Gegensatz zu der Projektion des Streuwinkels in eine Ebene nur positive Werte haben kann (Abb.3.14). Die Verteilung (3.13) ist in dem Intervall  $0 \leq \theta < \infty$  normiert. Damit ergibt sich der mittlere Streuwinkel:

$$\sqrt{\overline{\theta^2}} = \sqrt{2}\theta_0 \quad (3.14)$$

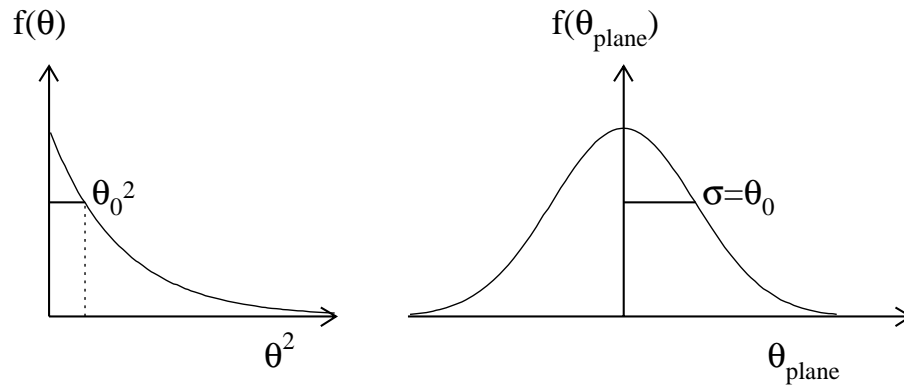


Abbildung 3.14: Verteilung des räumlichen Streuwinkels (links) und des in eine Ebene projizierten Streuwinkels (rechts). Die Verteilung des räumlichen Winkels  $f(\theta)$  ist gegen  $\theta^2$  aufgetragen, weil  $f(\theta) \theta d\theta \sim f(\theta) d\theta^2$  ist (die Wahrscheinlichkeitsdichte für  $\theta$  verschwindet bei  $\theta = 0$  wegen des verschwindenden Phasenraums).

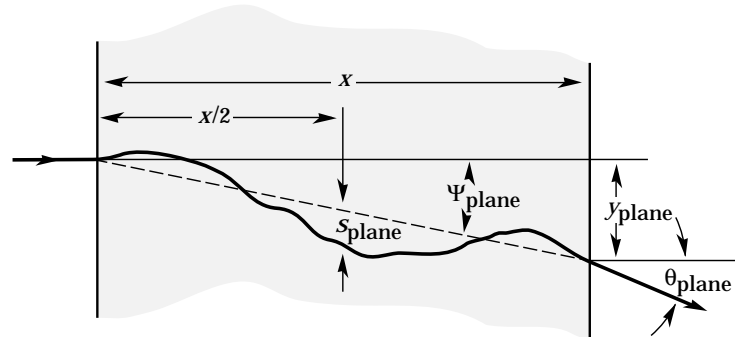


Abbildung 3.15: Die Skizze zeigt die Vielfachstreuung eines geladenen Teilchens in einer Streuerschicht projiziert auf eine Ebene und charakteristische Größen, die zur Beschreibung der Streuung benutzt werden.

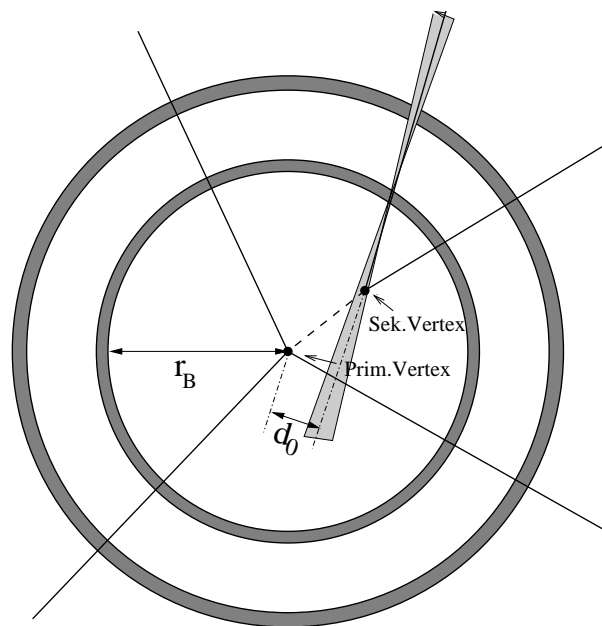


Abbildung 3.16: Einfluss der Streuung auf die Rekonstruktion von Sekundärvertizes. Mit zwei Detektorlagen wird die Richtung einer Spur gemessen. Die Streuung an der ersten Detektorlage führt zu einem Rekonstruktionsfehler bei der Extrapolation einer Spur zum Vertex (angedeutet durch den schattierten Fächer).

Zur Simulation von Teilchen, die einen Detektor durchlaufen, wird die Materie in Streuerschichten aufgeteilt. Dann muss zu jeder Streuerschicht der Streuwinkel und der Versatz des Austrittsortes von dem Ort, an dem das Teilchen ohne Streuung ausgetreten wäre, berechnet werden (Abb. 3.15). Der in eine Ebene projizierte Versatz  $y_{plane}$  ist im Mittel:

$$\overline{y_{plane}} = \frac{1}{\sqrt{3}} x \theta_0 \quad (3.15)$$

Diese Approximation ist innerhalb von 5% genau für Streuerdicken von  $10^{-3} < x/x_0 < 10$ , das ist für Blei von etwa  $5 \mu\text{m}$  bis  $50 \text{ mm}$  und für Luft von etwa  $0.3 \text{ mm}$  bis  $3 \text{ m}$ .

**Beispiel: Messung von Sekundärvertizes in einem Speicherringexperiment:** Der Nachweis von Zerfällen von Mesonen, die Charm- und Bottom-Quarks enthalten, gelingt sehr gut durch die Bestimmung von Zerfallsvertizes, die aufgrund der langen Lebensdauern solcher Mesonen von den Primärvertizes getrennt sind. Zum Beispiel hat ein  $B$ -Meson eine Lebensdauer von etwa  $\tau = 1.5 \text{ ps}$ . Bei einem Impuls von  $10 \text{ GeV}$  ist dann die mittlere Zerfallslänge  $\bar{l} = \gamma\beta c\tau \approx 2 \text{ mm}$ .

Als Maß für die Rekonstruierbarkeit eines Vertex kann der Stoßparameter  $d_0$  dienen, das ist der nächste Abstand einer extrapolierten Spur zum Primärvertex in der Ebene senkrecht zum Strahl (Abb. 3.16). Der Fehler in der Bestimmung von  $d_0$  legt fest, ob eine Spur noch vom Primärvertex getrennt werden kann.

Nehmen wir an, das Strahlrohr in dem die Kollisionen stattfinden, habe einen Radius von  $r_B = 50 \text{ mm}$  und es sei direkt auf dem Strahlrohr ein Detektor, der sehr genau den Durchstoßpunkt eines Teilchens messen kann, und ein weiterer Detektor bei einem etwas größeren Radius. Strahlrohr und Detektor zusammen sollen eine Dicke  $x$  und eine Strahlungslänge  $x_0$  haben, voraus sich ein mittlerer Streuwinkel  $\theta_0$  nach (3.14) berechnet. Der Fehler in der Bestimmung von  $d_0$  ergibt sich dann (wenn man annimmt, dass die Ortsauflösung der Detektoren viel besser als der durch die Streuung verursachte Fehler ist):

$$\Delta d_0 = \theta_0 r_B \quad (3.16)$$

Tabelle 3.3: Fehler bei der Bestimmung des Stoßparameters  $d_0$  eines  $5 \text{ GeV}$  Pions für eine Strahlrohr mit  $5 \text{ cm}$  Radius und einer Dicke von  $1 \text{ mm}$ .

Material	$x_0$ [mm]	$x/x_0$	$\theta_0$ [rad]	$\Delta d_0$ [ $\mu\text{m}$ ]
Al	89	0.011	0.0003	15.0
Be	353	0.003	0.00015	7.5

In Tabelle 3.3 ist für eine Streuerdicke  $x = 1 \text{ mm}$  und einen Teilchenimpuls von  $p = 5 \text{ GeV}/c$  und  $\beta \approx 1$  (zum Beispiel für ein Pion) der Fehler im Stoßparameter für Aluminium und Beryllium als Streuermaterial angegeben. Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass die Strahlungslänge für Beryllium etwa viermal so groß wie für Aluminium ist und dass damit der Fehler um eine Faktor 2 kleiner wird.

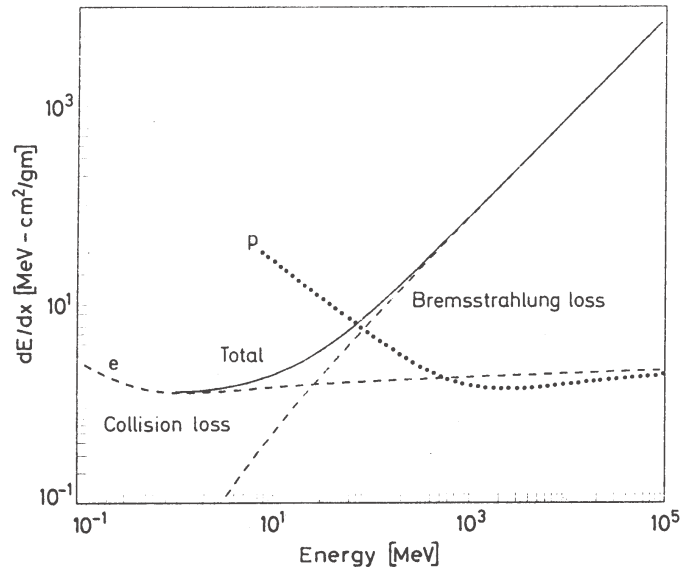


Abbildung 3.17: Energieverlust durch Ionisation und Bremsstrahlung für Elektronen als Funktion der Energie. Die beiden Anteile (gestrichelte Linien) kreuzen sich bei der kritischen Energie. Zum Vergleich ist auch der Energieverlust durch Ionisation für Protonen angegeben.

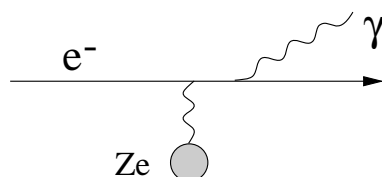
### 3.2.3 Elektron-Bremsstrahlung

Beschleunigte Ladungen strahlen Energie in Form von elektromagnetischen Quanten = Photonen ab. Das klassische Strahlungsfeld, zum Beispiel eines schwingenden Dipols, hat in der QED als Analogon die Abstrahlung einzelner Photonen. Das Energiespektrum der Photonen ist:

$$\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} \sim \frac{1}{E_\gamma}. \quad (3.17)$$

Die Photonen häufen sich also bei sehr kleinen Energien (mit einer Divergenz des Spektrums bei  $E_\gamma = 0$ ). Der Energieverlust pro Weglänge ist aber endlich und proportional  $E/m^2$  ( $E, m =$  Energie und Masse des beschleunigten Teilchens). Deshalb ist die Bremsstrahlung vor allem für Elektronen und Positronen wichtig, für schwerere Teilchen spielt sie bis in den Bereich von einigen 100 GeV eine sehr geringe Rolle.

Beim Durchgang durch Materie werden geladene Teilchen im Coulomb-Feld eines Kerns beschleunigt. Die Abstrahlung erfolgt entsprechend folgendem Graph:



Der Energieverlust pro Weglänge ist, wie gesagt, proportional der Energie:

$$\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{x_0} \Rightarrow \left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = -\frac{E}{x_0} \quad (3.18)$$

Dabei ist die Strahlungslänge  $x_0$  durch die Eigenschaften des Mediums gegeben (Bezeichnungen wie in der Bethe-Bloch-Formel (3.6)):

$$\frac{1}{x_0} = 4\alpha r_e^2 Z(Z+1) \cdot \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \quad (3.19)$$

Die  $1/m_e^2$ -Abhängigkeit steckt in  $r_e^2$ :

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \approx 2.8 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (3.20)$$

Der Strahlungs- und Ionisationsenergieverlust zeigen eine unterschiedliche Abhängigkeit von der Energie und von der Kernladung  $Z$ :

$$\begin{array}{ll} \text{Ionisation:} & \sim Z \cdot \ln E \\ \text{Bremsstrahlung:} & \sim Z^2 \cdot E \end{array}$$

Die Energieabhängigkeit bedingt, dass bei niedrigen Energien die Ionisation und bei höheren die Abstrahlung dominiert. ‘Kritische Energie’,  $E_k$ , wird die Energie genannt, an der sich beide Kurven kreuzen (siehe Abb. 3.17):

$$\left(\frac{dE}{dx}(E_k)\right)_{rad} = \left(\frac{dE}{dx}(E_k)\right)_{ion} \quad (3.21)$$

Die kritische Energie variiert mit dem Medium etwa wie

$$E_k \approx \frac{600 \text{ MeV}}{Z} \quad (3.22)$$

Strahlungslängen und kritische Energien sind für einige Medien in Tabelle 3.4 angegeben.

Tabelle 3.4: Strahlungslängen und kritische Energien.

Material	$Z$	$x_0$ [mm]	$E_k$ [MeV]
H <sub>2</sub> O	1, 8	361	92.0
Al	13	89	51.0
Fe	26	17.6	27.4
Pb	82	5.6	9.5



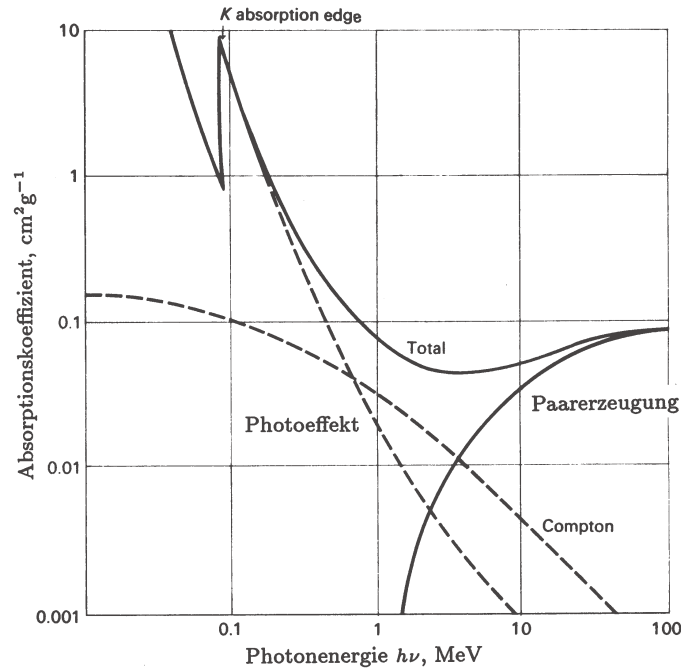


Abbildung 3.18: Absorptionskoeffizient von Photonen in Blei pro Schichtdicke (in  $\text{g}/\text{cm}^2$ ).

### 3.2.4 Wechselwirkungen von Photonen mit Materie

Photonen werden in Teilchendetektoren dadurch nachgewiesen, dass sie Energie auf geladene Teilchen übertragen. Dafür sind folgende Wechselwirkungen von Photonen mit Materie besonders wichtig:

- **Photoeffekt:** Das Photon überträgt seine gesamte Energie auf ein Hüllenelektron. Die kinetische Energie des Elektrons ist die Photonenergie minus die Bindungsenergie in der Atomhülle:

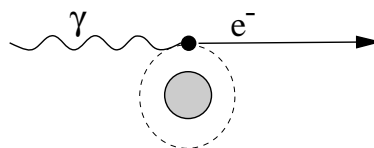
$$E_e = E_\gamma - E_B \quad (3.23)$$

Der Wirkungsquerschnitt ist für die innerste der Schalen, für die  $E_\gamma > E_B$  gilt, am größten. Dadurch kommt es zur Ausbildung der Absorptionskanten bei  $E_\gamma \approx E_B$  (K-, L-, ... -Kanten; siehe Abb. 3.18).

Bei Vernachlässigung der Kantenstruktur kann der Wirkungsquerschnitt für den Photoeffekt etwa durch folgende Abhängigkeit von  $Z$  und  $E_\gamma$  dargestellt werden:

$$\sigma_{\text{Photo}} \sim Z^n / E_\gamma^m \quad (3.24)$$

Oberhalb der K-Kante ist  $n \approx 4 \dots 5$  und  $m \approx 3$  für leichte Elemente abfallend auf etwa 2.5 für schwere Elemente.

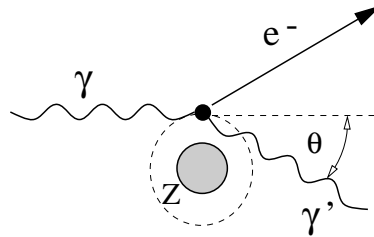


- **Compton-Effekt:** Das Photon streut elastisch an einem Hüllenelektron, überträgt dabei Energie auf das Elektron und verliert selbst Energie:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (3.25)$$

Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zur Anzahl der Hüllenelektronen und damit zu  $Z$ :

$$\sigma_{Compton} \sim N(e^-) \sim Z \quad (3.26)$$

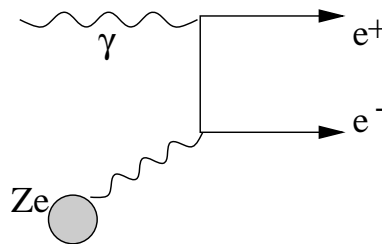


- **Paarbildung:** Das Photon erzeugt im Coulomb-Feld des Kerns ein Elektron-Positron-Paar. Der Wirkungsquerschnitt hat dann die Abhängigkeit von der Kernladung:

$$\sigma_{Paar} \sim Z^2 \quad (3.27)$$

und hat eine Schwelle bei:

$$E_\gamma > 2 m_e \quad (3.28)$$



Photonen werden aufgrund dieser Effekte mit einer Wahrscheinlichkeit proportional der Wegstrecke  $dx$  absorbiert. Man definiert deshalb einen Absorptionskoeffizienten  $\mu$ , der die Absorptionswahrscheinlichkeit pro Weglänge angibt. Ähnlich wie in (1.93) und (1.92) ergibt sich:

$$-\frac{1}{N} \frac{dN}{dx} = \mu = \frac{dN_T \cdot \sigma}{dx \cdot F} = \rho \frac{N_A}{A} \sigma \quad (3.29)$$

Die Anzahl der Photonen in einem Strahl folgt damit einem Exponentialgesetz:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad (3.30)$$

Das ist zu vergleichen mit dem Verhalten geladener Teilchen, die durch Ionisation kontinuierlich Energie verlieren und eine diskrete Reichweite haben (Abb. 3.10).

Die Beiträge zu der Absorption von Photonen ist als Funktion der Photonenergie für Blei in Abb. 3.18 gezeigt. Abgesehen von einem engen Bereich um etwa 1 MeV dominieren Paarbildung und Photoeffekt. Für leichtere Medien wird entsprechend den  $Z$ -Abhängigkeiten der Bereich der Compton-Dominanz breiter.