

Kapitel 7

Elektromagnetische Struktur der Hadronen

7.1 Elastische Elektron-Nukleon-Streuung

In den fünfziger Jahren führten R. Hofstadter et al. in Stanford erstmalig Experimente durch, um durch Streuung von Elektronen an Nukleonen und Kernen die Struktur der Targetteilchen zu untersuchen. Das Prinzip entspricht den Streuexperimenten von Rutherford, wobei Hofstadter allerdings Elektronen statt α -Teilchen als Sonden benutzte. Elektronen sind zum Abtasten der elektromagnetischen Struktur besonders geeignet, weil sie keine oder nur eine sehr kleine Ausdehnung haben und nur elektromagnetisch wechselwirken. Im folgenden beziehen wir uns auf die Streuung an Protonen. Die Experimente sind aber auch an Kernen gemacht worden, insbesondere auch Deuterium, womit die Struktur des Neutrons bestimmt werden kann.

7.1.1 Kinematik der elastischen Elektron-Proton-Streuung

Die elastische Elektron-Proton-Streuung ist ein elektromagnetischer Prozess, der in guter Näherung durch den Austausch eines Photons beschrieben wird. In dem Graphen in Abb. 7.1 sind die Vierervektoren k und k' des einlaufenden bzw. auslaufenden Elektrons und p des einlaufenden Protons eingetragen. Im Laborsystem

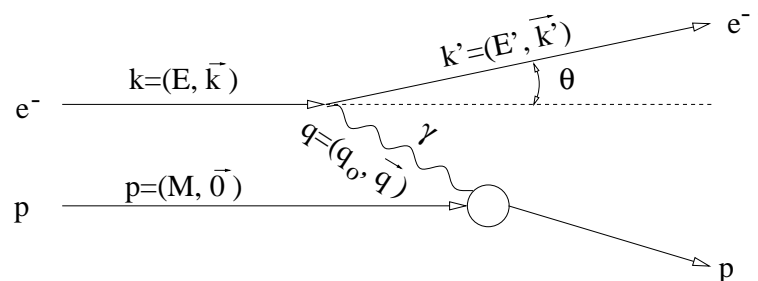


Abbildung 7.1: Kinematik der elastischen Elektron-Proton-Streuung in 1-Photon-Näherung.

soll das Proton mit der Masse M im Target (H_2 -Target) ruhen, $p = (M, \vec{0})$, und die Energien und der Streuwinkel des Elektrons sei (E, E', θ) .

Die räumliche Auflösung hängt von dem Impulsübertrag ab, lorentz-invariant bezieht man sich auf den Viererimpulsübertrag q , der gleichzeitig der Viererimpuls des ausgetauschten Photons ist:

$$q^2 = (k - k')^2 = k^2 + k'^2 - 2 k k' = -4 E E' \sin^2 \theta/2 \quad (7.1)$$

Für die rechte Seite wurde $m_e^2 = k^2 = k'^2 \approx 0$ benutzt; sie gilt auch in Systemen mit bewegtem Proton wie zum Beispiel bei HERA. Das Quadrat des Viererimpulsübertrages q^2 (= Quadrat der 'Masse' des virtuellen Photons) ist negativ (raumartig). Man benutzt häufig auch $Q^2 = -q^2 > 0$ als Variable.

Wir betrachten im folgenden sogenannte 'Einarm-Messungen', bei denen nur das Elektron nachgewiesen wird. In dem allgemeinen Fall hängt dann der Wirkungsquerschnitt für die Elektron-Nukleon-Streuung von drei Variablen ab. Häufig wird

$$(E, E', \theta)$$

benutzt. Wenn man noch die invariante Masse W des Proton-Photon-Systems definiert:

$$W^2 = (p + q)^2 \quad (7.2)$$

kann man zum Beispiel auch die Kombination

$$(W, q^2, \theta)$$

wählen. Die elastische Streuung zeichnet sich dadurch aus, daß das auslaufende hadronische System wieder ein Proton mit Masse M ist:

$$W^2 = (p + q)^2 = p'^2 = M^2 \quad (7.3)$$

Damit hat die elastische Streuung nur noch zwei Freiheitsgrade und man kann als Variablen zum Beispiel E, θ benutzen.

7.1.2 Der Rutherford-Wirkungsquerschnitt und Formfaktoren

Für die elastische Streuung an einem punktförmigen, spinlosen, unendlich schwerem Teilchen ($\Rightarrow E = E'$) gilt die Rutherford-Streuformel:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4 E^2 \alpha^2}{q^4} = \frac{\alpha^2}{4 E^2 \sin^4 \theta/2} \quad (7.4)$$

Bei endlicher Targetmasse ergibt sich durch den Rückstoß ein zusätzlicher Faktor E'/E auf der rechten Seite:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4 E'^2 \alpha^2 E'}{q^4 E} = \frac{\alpha^2 E'}{4 E^2 \sin^4 \theta/2 E} \quad (7.5)$$

Der Faktor $1/q^4$ ist das Quadrat des Photon-Propagators $1/q^2$, der in der Berechnung eines Feynman-Diagramms für eine interne Photonlinie steht (wie in Abb. 7.1).

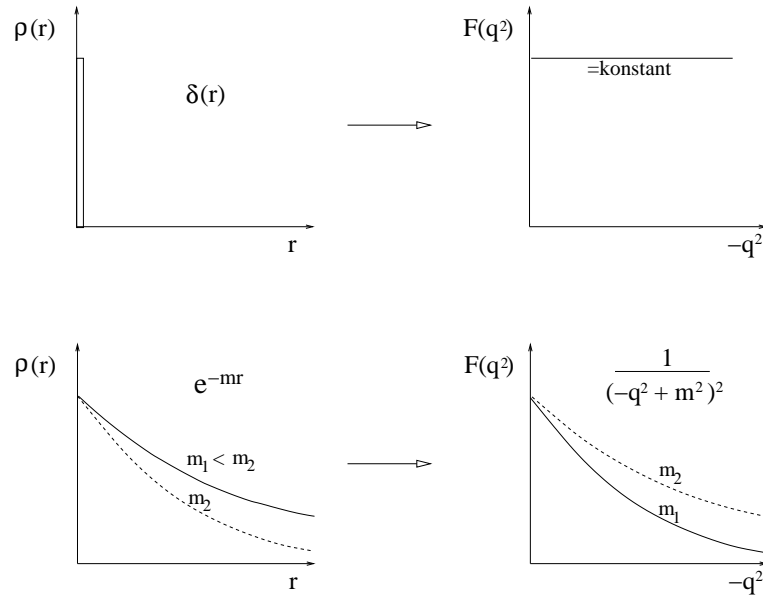


Abbildung 7.2: Beispiele für Ladungsverteilungen und korrespondierende Formfaktoren.

Allgemein tritt in der Berechnung des Beitrages eines Feynman-Diagramms zu einem Streumatrixelement für jede innere Linie eines Teilchens mit der Masse m ein Faktor

$$\frac{1}{m^2 - q^2}, \quad (7.6)$$

der Propagator des Teilchens, auf. Für $q^2 = m^2$, entsprechend einem reellen Teilchen, wird der Propagator unendlich (was durch eine endliche Lebensdauer des Teilchens gedämpft wird: dann wird aus dem Propagator eine Breit-Wigner-Amplitude $(m^2 - q^2 - im\Gamma)^{-1}$). Der Propagator $1/q^2$ für das masselose Photon ist die Fourier-Transformierte des $1/r$ -Potentials, dessen unendliche Reichweite sich in der Divergenz des Wirkungsquerschnittes bei $q^2 = 0$ (entsprechend $\theta = 0$) ausdrückt. Tatsächlich wird die Reichweite durch eine Abschirmung aufgrund der umgebenden Materie, die durch die Ladung polarisiert wird, begrenzt.

Geht man von der punktförmigen zu einer ausgedehnten Ladungsverteilung über, im nicht-relativistischen Fall:

$$e \delta(\vec{r}) \quad \longrightarrow \quad e \rho(\vec{r}),$$

$$V(r) = \frac{\alpha}{r} \quad \longrightarrow \quad \alpha \int \frac{\rho(\vec{R})}{|\vec{r}-\vec{R}|} d^3 \vec{R},$$

dann wird der Wirkungsquerschnitt durch einen sogenannten Formfaktor $F(q^2)$ modifiziert:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Punkt}} \cdot |F(q^2)|^2 \quad (7.7)$$

Der Formfaktor ist die Fourier-Transformierte der Ladungsverteilung, im nicht-relativistischen Fall oder in dem speziellen System, in dem $q_0 = 0$ ist ergibt sich:

$$F(q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3 \vec{r} \quad (7.8)$$

Durch Messung der q^2 -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes kann man so durch eine Rücktransformation auf die Ladungsverteilung schließen. In Abb. 7.2 sind folgende Beispiele gezeigt:

$\rho(r)$	$F(q^2)$
$\delta(r)$	konst.
e^{-mr}	$\sim \frac{1}{(-q^2+m^2)^2}$

Eine punktförmige Ladungsverteilung führt zu einem konstanten, q^2 -unabhängigen Formfaktor ('harte Streuung'). Mit dem Ansatz $\rho(r) = e^{-mr}$ lassen sich verschieden harte Ladungsverteilungen erzeugen:

	m	Abfall von $\rho(r)$	Abfall von $F(q^2)$
hart	groß	schnell	langsam
weich	klein	langsam	schnell

7.1.3 Rosenbluth-Wirkungsquerschnitt

Streuung eines Elektrons an einem Dirac-Proton: Betrachtet man die elastische Streuung eines Elektrons mit Spin 1/2 an einem Dirac-Proton, das ist ein punktförmiges Proton mit Spin 1/2, so wird der Rutherford-Wirkungsquerschnitt durch eine weitere Winkelabhängigkeit modifiziert:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{-q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (7.9)$$

Der Term mit $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ entspricht einem Umklappen des Protonspins, bei dem $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ -Term bleibt der Spin unverändert. Diese Terme kann man wie folgt verstehen: In einem elektromagnetischen Streuprozess bleibt für relativistische Teilchen (Masse \ll Energie) die Helizität erhalten, das heißt, die Spinkomponente in Impulsrichtung ist im Anfangs- und Endzustand die gleiche:

$$\left\langle \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \right\rangle = \left\langle \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'}{|\vec{p}'|} \right\rangle \quad (7.10)$$

Das Elektron laufe auf das Proton in z -Richtung zu (siehe Abb. 7.3), das auslaufende Elektron wird unter dem Winkel θ in die Richtung z' gestreut, in Bezug auf die Einfallrichtung kann kein Bahndrehimpuls auftreten, $L_z = 0$. Wenn sich der Spin des Protons nicht ändert, ist der Spin des auslaufenden Elektrons bezogen auf die z -Richtung gleich dem Spin des einlaufenden Elektrons bezogen auf die gleiche Richtung:

$$s'_z = s_z \quad (7.11)$$

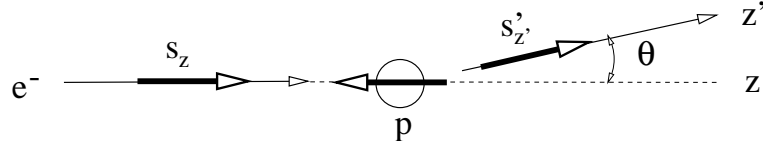


Abbildung 7.3: Beispiel für eine Konstellation von Impulsen (dünne Pfeile) und Spins (dicke Pfeile) in der Elektron-Proton-Streuung.

Wenn der Proton-Spin in bezug auf die z -Richtung umklappt ('Spin-Flip'), muß sich auch der Spin des auslaufenden Elektrons in z -Richtung umkehren:

$$s'_z = -s_z \quad (7.12)$$

Wegen Helizitätserhaltung gilt aber für die Spinkomponente in z' -Richtung:

$$s'_{z'} = s_z \quad (7.13)$$

Die Wahrscheinlichkeit nach einer Drehung der z -Achse um den Winkel θ nach z' eine Spinkomponente $s'_{z'}$ zu erhalten, wenn der Spin in z -Richtung s_z ist, ist durch das Quadrat einer sogenannten d -Funktion gegeben (siehe Tabelle im Review of Particle Physics [34]):

$$w(s'_z \rightarrow s'_{z'}) = \left| d_{s'_z, s'_z}^{\frac{1}{2}}(\theta) \right|^2 = \begin{cases} \cos^2 \theta / 2 & \text{für } s'_z = s_z \\ \sin^2 \theta / 2 & \text{für } s'_z = -s_z \end{cases} \quad (7.14)$$

Formfaktoren: Der Spin eines geladenen Teilchens ist im allgemeinen mit einem magnetischen Moment verknüpft. Wäre das Proton ein strukturloses Dirac-Teilchen, hätte es ein magnetisches Moment, das gleich dem sogenannten Kernmagneton wäre:

$$\mu_K = \frac{e \hbar}{2 M c} = \frac{e}{2 M}, \quad (7.15)$$

wobei der rechte Ausdruck für $\hbar = c = 1$ gilt. Allgemeiner setzt man an:

$$\mu_p = g \cdot \frac{1}{2} \cdot \mu_K, \quad (7.16)$$

wobei der Faktor $1/2$ von der Spinkomponente in einer Vorzugsrichtung kommt und g der Landé'sche g -Faktor ist (für ein Dirac-Proton gilt $g = 2$).

Bei einem ausgedehnten Teilchen kann die Verteilung der Ladung und der magnetischen Momente grundsätzlich unterschiedlich sein. Deshalb enthält der Wirkungsquerschnitt für die elastische Elektron-Nukleon-Streuung, genannt Rosenbluth-Wirkungsquerschnitt, zwei unabhängige Formfaktoren:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rosenbluth}} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} \cdot \left(A(q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + B(q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} \cdot \left(A(q^2) + B(q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (7.17)$$

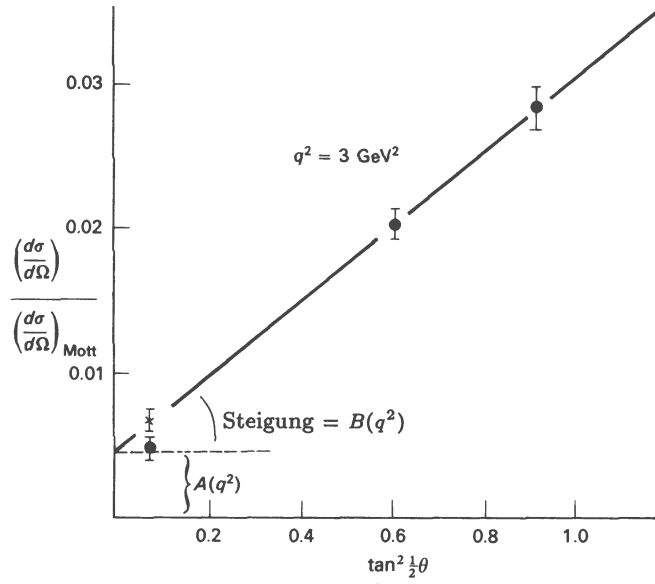


Abbildung 7.4: Rosenbluth-Gerade: bei festem q^2 gemessener Wirkungsquerschnitt dividiert durch den Mott-Wirkungsquerschnitt gegen $\tan^2 \frac{\theta}{2}$ aufgetragen.

Der Ausdruck vor der Klammer heißt Mott-Wirkungsquerschnitt und beschreibt die Streuung eines Dirac-Teilchens an einem spinlosen Teilchen (dessen Spin trivialerweise nicht umklappen kann):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (7.18)$$

Trägt man den gemessenen Wirkungsquerschnitt, normiert auf den Mott-Wirkungsquerschnitt, für festes q^2 gegen $\tan^2 \frac{\theta}{2}$ auf, so erhält man die sogenannte Rosenbluth-Gerade, deren Achsenabschnitt und Steigung $A(q^2)$ und $B(q^2)$ ergeben (Abb. 7.4).

Die Formfaktoren $A(q^2)$ und $B(q^2)$ lassen sich auch durch den elektrischen und magnetischen Formfaktor ausdrücken:

$$A(q^2) = \frac{G_E^2(q^2) + \frac{-q^2}{4M^2} G_M^2(q^2)}{1 + \frac{-q^2}{4M^2}} \quad (7.19)$$

$$B(q^2) = \frac{-q^2}{2M^2} G_M^2(q^2) \quad (7.20)$$

Bei $q^2 = 0$ wird die Struktur nicht aufgelöst, das Photon sieht die Gesamtladung Q_N bzw. das gesamte magnetische Moment μ_N des Nukleons. Als Normierung wird festgelegt:

$$G_E(0) = \frac{Q_N}{e} = \begin{array}{ll} 1 & N = \text{Proton} \\ 0 & N = \text{Neutron} \end{array} \quad (7.21)$$

$$G_M(0) = \frac{\mu_N}{\mu_K} = \begin{array}{ll} 2.79 & N = \text{Proton} \\ -1.91 & N = \text{Neutron} \end{array} \quad (7.22)$$

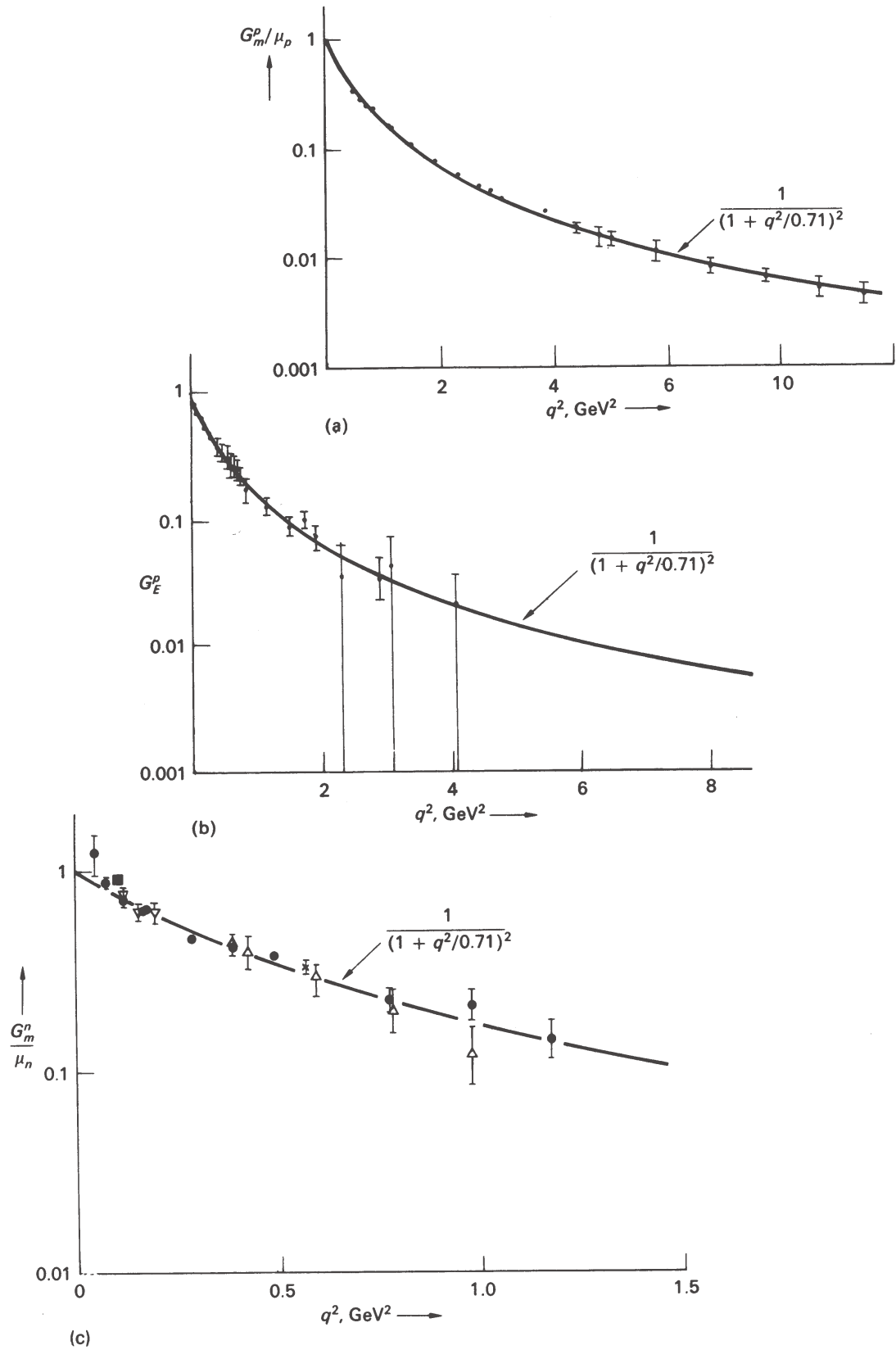


Abbildung 7.5: Gemessene elastische Formfaktoren für Protonen und Neutronen.

Interessant sind die gemessenen ‘anomalen’ magnetischen Momente der Nukleonen: Ein strukturloses Proton hätte das Kernmagneton als magnetisches Moment und ein strukturloses Neutron, weil es neutral ist, hätte ein verschwindendes magnetisches Moment:

	μ_{Dirac}	μ_{exp}
p	μ_K	$2.79 \mu_K$
n	0	$-1.91 \mu_K$

Im Quarkmodell ergibt sich das magnetische Moment durch Überlagerung der magnetischen Momente der Quarks. Eine vereinfachte Rechnung mit den Quarkwellenfunktionen eines statischen Modells ergibt in guter Übereinstimmung mit dem Experiment:

$$\frac{\mu_n}{\mu_p} = -\frac{2}{3} \quad (7.23)$$

Die q^2 -Verteilung von G_E , G_M des Protons und von G_M des Neutrons sind sehr ähnlich (Abb. 7.5):

$$G(q^2) \sim \frac{1}{(1 - q^2/m^2)^2} \quad (7.24)$$

Das ist die sogenannte Dipol-Formel (der Ausdruck hat zwei Polstellen), die einer exponentiellen Ladungsverteilung entspricht:

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot \exp(-m r) \quad (7.25)$$

Der Massenparameter wurde zu

$$m^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$$

bestimmt.

Die Ausdehnung eines Nukleons wird durch den mittleren quadratischen Radius definiert:

$$r_{Nukleon} = \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\int_0^\infty r^2 \rho(r) r^2 dr}{\int_0^\infty \rho(r) r^2 dr}} = \frac{\sqrt{12}}{m} \quad (7.26)$$

Experimentell ergibt sich (ein Faktor $\hbar c$ ergibt die richtige Dimension):

$$r_{Nukleon} \approx 0.8 \text{ fm.}$$

Die Größenordnung von etwa 1 Fermi ist durch die Skala der starken Wechselwirkung bedingt.

7.2 Inelastische Lepton-Nukleon-Streuung

7.2.1 Kinematik und Wirkungsquerschnitt

Der allgemeine Fall der Elektron-Proton-Streuung ist die Reaktion

$$ep \rightarrow e + X, \quad (7.27)$$

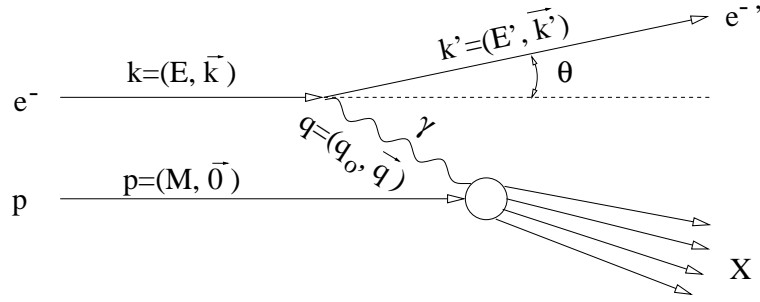


Abbildung 7.6: Kinematik der inelastischen Elektron-Proton-Streuung in 1-Photon-Näherung.

wobei X das hadronische System im Endzustand ist. Bei inelastischer Streuung ist der Endzustand ein Vielteilchensystem (Abb. 7.6). Für die invariante Masse M_X des Systems hatten wir die Variable W eingeführt:

$$W^2 = M_X^2 = (p + q)^2 = p^2 + q^2 + 2qp = M^2 + q^2 + 2qp \quad (7.28)$$

Für die elastische Streuung ist $W = M$ und es ergibt sich:

$$\frac{-q^2}{2qp} = 1 \quad (\text{elastische Bedingung}) \quad (7.29)$$

Für den allgemeinen Fall definiert man die Lorentz-Invariante ('Bjorken-Variable')

$$x = \frac{-q^2}{2qp} \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 1 \quad (7.30)$$

Als weitere Lorentz-Invariante definiert man

$$y = \frac{pq}{pk} \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 1. \quad (7.31)$$

Im Laborsystem mit einem im Target ruhenden Proton hat diese Variable die Bedeutung eines normierten Energieübertrages:

$$y_{\text{Lab}} = \frac{E - E'}{E}. \quad (7.32)$$

Allgemeiner, also wenn sich auch das Proton bewegt, wie bei HERA, gilt:

$$y_{\text{Lab}} = \frac{E - E' \cdot \cos^2 \theta / 2}{E}. \quad (7.33)$$

Statt der Laborgrößen (E, E', θ) kann man die lorentz-invarianten Größen (x, y, q^2) für die Formulierung des Wirkungsquerschnittes verwenden:

$$\frac{d\sigma}{dq^2 dx} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4} \left[\frac{1-y}{x} F_2(x, q^2) + y^2 F_1(x, q^2) \right] \quad (7.34)$$

In dieser Formel treten die beiden 'Strukturfunktionen' F_1 und F_2 auf, die den zwei Formfaktoren im elastischen Fall entsprechen. Im Gegensatz zu den Formfaktoren

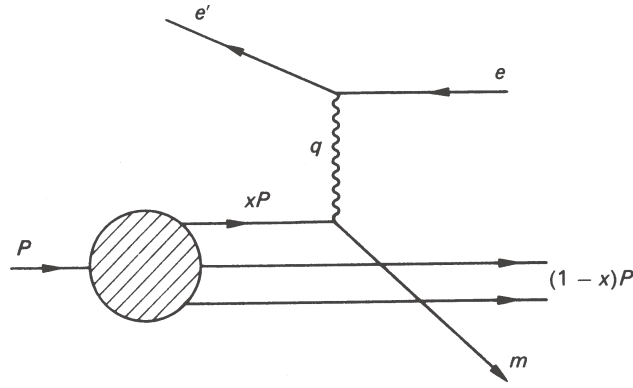


Abbildung 7.7: Tief-inelastische Streuung im Partonmodell.

hängen die Strukturfunktionen allerdings von zwei Variablen ab, z. B. (x, q^2) , um zusätzlich den Grad der Inelastizität festzulegen. Die Strukturfunktionen hängen von den Details der Wechselwirkung des Photons mit den Nukleonen ab und werden gemessen, um die innerste Struktur der Nukleonen zu verstehen. Bei HERA wurden bisher mit maximalen Impulsüberträgen von $Q_{max}^2 \approx 50\,000 \text{ GeV}^2$ die höchsten räumlichen Auflösungen erreicht:

$$\Delta r \approx \frac{\hbar c}{\sqrt{Q^2}} \leq 10^{-18} \text{ m} \quad (7.35)$$

7.2.2 Strukturfunktionen, Partonmodell und Skaleninvarianz

Wenn Nukleonen eine Substruktur haben, dann kann man das nur in der inelastischen Streuung untersuchen, weil im elastischen Fall die Streuung kohärent am ganzen Nukleon erfolgt.

Wir nehmen an, daß die Nukleonen aus kleinen Teilchen, genannt Partonen, aufgebaut sind, die sich quasi-frei im Nukleon bewegen. Heute würden wir die Annahme der quasi-freien Bewegung mit der ‘asymptotischen Freiheit’ der QCD bei kleinen Abständen begründen. Desweiteren nehmen wir an, daß die Partonen punktförmig sind, also keine Formfaktoren haben, die vom Impulsübertrag abhängen. Dann kann man danach fragen, was die Bedingung für eine elastische Streuung an diesen Objekten ist.

Es ist üblich, dazu in das ‘infinite momentum frame’ (IMF), in dem die Partonenmassen und die Nukleonmasse vernachlässigbar sind, zu gehen ($M \ll E_p$; $m_{parton} \approx 0$). Dann ist der Vierervektor des Nukleons:

$$p = (E_p, 0, 0, E_p)$$

Ein Parton habe den Bruchteil x von dem Nukleonimpuls (Abb. 7.7). Wenn das Photon genau an diesem Parton eine Streuung macht, folgt:

$$(xp + q)^2 = x^2 p^2 + q^2 + 2xpq = m_{parton}^2 \approx 0 \quad (7.36)$$

Daraus folgt, da $(xp)^2 = m_{parton}^2 \approx 0$ ist, daß der Impulsbruchteil x des Partons im

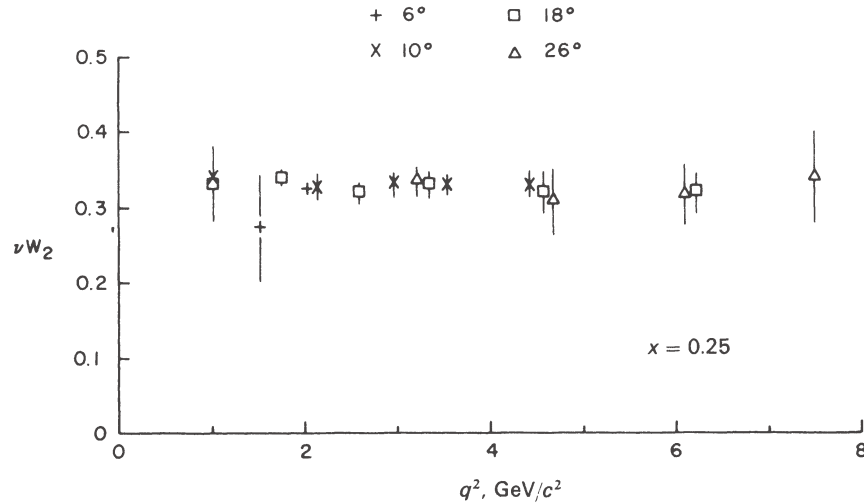


Abbildung 7.8: Die Strukturfunktion $F_2 = \nu W_2$ als Funktion von q^2 bei festem $x = 0.25$.

IMF genau die Bjorken-Variable x ist:

$$x = \frac{-q^2}{2qp}$$

Wir haben hier also eine elastische Bedingung für die Streuung an den Partonen (die inzwischen als Quarks identifiziert werden). Wenn die Partonen keine Struktur haben und sich frei im Proton bewegen, dann hängen die Strukturfunktionen nur von einer Variablen ab, zum Beispiel von der Verteilung der Impulsbruchteile x . Tatsächlich berechnet man, daß die Strukturfunktion F_2 wie folgt von den Impulsverteilungen $q(x)$ der Quarks mit Flavour q und Ladung Q_q abhängt:

$$F_2(x) = x \sum_{q=u,d,s,\dots} Q_q^2 [q(x) + \bar{q}(x)]. \quad (7.37)$$

Die ersten ‘tief-inelastischen’ Messungen am Linearbeschleuniger SLAC in Stanford (USA) Ende der sechziger Jahre haben gezeigt, daß die Strukturfunktion F_2 bei festem x nicht mehr von q^2 abhängt (Abb. 7.8). Man bezeichnet dieses Verhalten als **Skaleninvarianz der Strukturfunktionen** (x ist dimensionslos!). Wenn man bedenkt, daß die damit zu vergleichenden Quadrate der elastischen Formfaktoren in dem gleichen q^2 -Bereich um 10^{-6} abfallen, versteht man, wie spektakulär diese Ergebnisse waren.

Die Messung der Strukturfunktionen hat wesentlich dazu beigetragen, die Struktur der Hadronen und die Dynamik der Partonen zu verstehen. Das hat wiederum entscheidend die Entwicklung der QCD gefördert. Einige wichtige Ergebnisse werden im folgenden kurz referiert.

Impulsverteilung der Quarks und Gluonen: Mit der x -Abhängigkeit der Strukturfunktionen wird die Impulsverteilung der Partonen im Nukleon gemessen. Da das Photon nur an Ladungen koppelt, sieht man allerdings nur die geladenen Partonen. Tatsächlich ergaben die Messungen, daß die Summe aller Partonimpulse

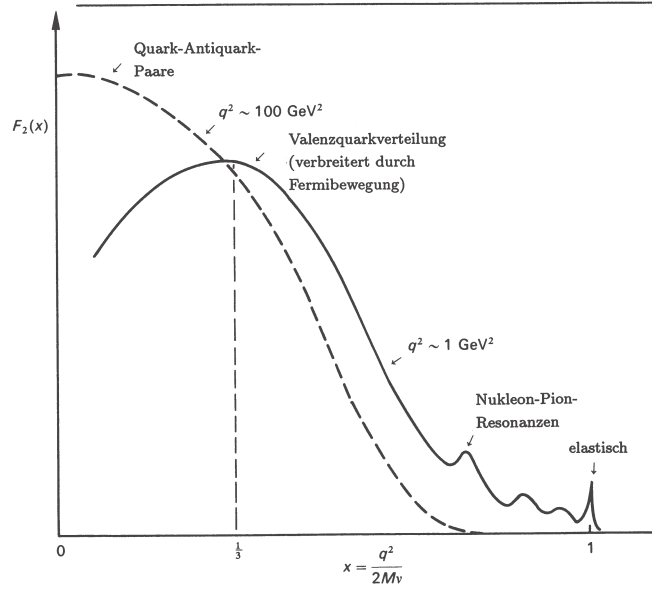


Abbildung 7.9: Die Strukturfunktion F_2 und damit die Impulsverteilung der Quarks verschiebt sich mit wachsendem q^2 zu kleineren x -Werten. Die elastische Streuung und die Nukleonresonanzen, die bei kleinen q^2 -Werten noch sichtbar sind ($x = 1$ entspricht der elastischen Streuung), haben viel stärkere q^2 -Abhängigkeiten als die tief-inelastische Streuung.

nur etwa 50% des Protonimpulses ergibt. Wir glauben heute, daß der restliche Impuls von den elektrisch neutralen Gluonen getragen wird.

Zur quantitativen Bestimmung der Impulsbilanz nehmen wir zunächst an, die Nukleonen bestehen aus den u - und d -Quarks entsprechend dem SU(3)-Quarkmodell. Seien u^p , d^p und u^n , d^n die u - und d -Quarkverteilungen im Proton beziehungsweise im Neutron. Dann gilt:

$$\frac{1}{x} F_2^{ep} = \frac{4}{9} u^p + \frac{1}{9} d^p \quad (7.38)$$

$$\frac{1}{x} F_2^{en} = \frac{4}{9} u^n + \frac{1}{9} d^n \quad (7.39)$$

Nehmen wir nun an, daß aufgrund der Isospin-Symmetrie die Verteilungen der u - bzw. d -Quarks im Proton gleich den Verteilungen der d - bzw. u -Quarks im Neutron sind,

$$u = u^p = d^n \quad (7.40)$$

$$d = d^p = u^n \quad (7.41)$$

dann erhalten wir für die ‘Nukleon-Strukturfunktion’:

$$\frac{1}{x} F_2^{eN} = \frac{1}{x} \frac{F_2^{ep} + F_2^{en}}{2} = \frac{5}{18} (u + d) \quad (7.42)$$

Wenn nur die Quarks zum Impuls der Nukleonen beitragen, sollte das Integral über $x[u(x) + d(x)]$ gleich 1 sein, es wurde aber gemessen:

$$\frac{18}{5} \int_0^1 F_2^{eN} dx \approx 0.5 \quad (7.43)$$

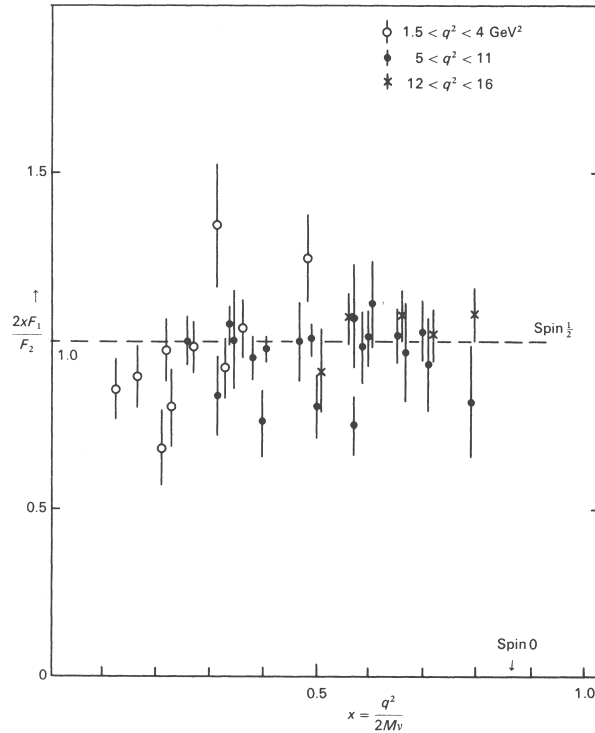


Abbildung 7.10: Das Verhältnis $2xF_1/F_2$, das für Dirac-Partonen (Spin $1/2$, punktförmig) im Grenzfall großer q^2 gegen 1 gehen soll (Callan-Gross-Relation: $2xF_1 = F_2$).

Valenz- und Seequarks: Gluonen werden von den Quarks emittiert und absorbiert. Sie können aber auch Quark-Antiquark-Paare erzeugen. Das führt dazu, daß es einen ‘See’ von Quarks und Antiquarks gibt, die relativ niedrige Impulse haben, weil sie aus einem sekundären Prozess stammen (Abb. 7.9). Die Verteilung der See-Quarks häuft sich entsprechend bei kleineren x -Werten verglichen mit der Verteilung der sogenannten ‘Valenzquarks’, die wir aus dem statischen Quarkmodell kennen (also zum Beispiel uud für das Proton). Zum Beispiel ergibt sich dann für die Strukturfunktion des Protons, wenn man annimmt, daß nur die leichtesten Quarks (u, d, s) im See erzeugt werden:

$$\frac{1}{x}F_2^{ep} = \frac{4}{9}(u_V + u_S + \bar{u}_S) + \frac{1}{9}(d_V + d_S + \bar{d}_S) + \frac{1}{9}(s_S + \bar{s}_S) \quad (7.44)$$

Spin der Partonen: Über die Kopplung der Photonen, die Spin 1 haben, konnte der Spin der (geladenen) Partonen zu $1/2$ bestimmt werden. Aus dem Vergleich des inelastischen Wirkungsquerschnittes für Lepton-Nukleon-Streuung (7.34) mit dem Wirkungsquerschnitt für die Streuung eines Leptons an einem Dirac-Parton (punktförmig, Spin $1/2$) mit dem Viererimpuls xp erhält man die Bedingung (Callan-Gross-Relation):

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (7.45)$$

In Abb. 7.10 sieht man, daß diese Bedingung für verschiedene Impulsüberträge recht gut erfüllt ist (allerdings führt die weiter unten diskutierte Verletzung der Skalenin-

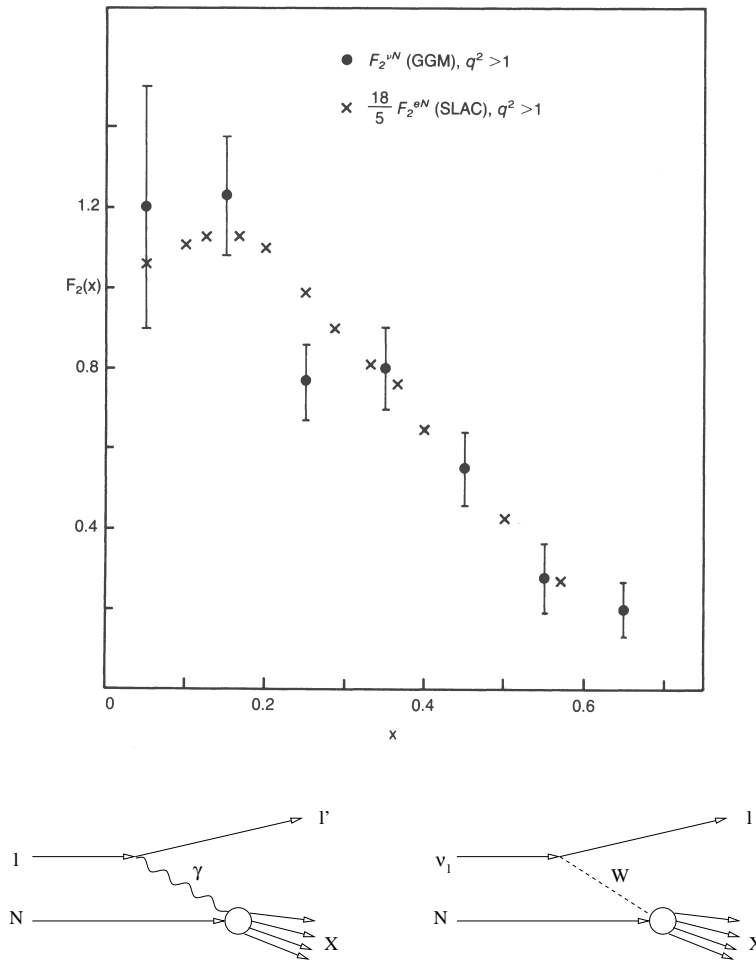


Abbildung 7.11: Vergleich der Strukturfunktionen F_2 für Nukleonen (gemittelt für Protonen und Neutronen) gemessen in Elektron-Nukleon- und in Neutrino-Nukleon-Streuxperimenten (siehe die Graphen darunter). Der Faktor $5/18$ entspricht der mittleren quadratischen Ladung der Quarks im Nukleon. Die Übereinstimmung der mit $18/5$ korrigierten eN -Strukturfunktion mit der νN -Strukturfunktion bestätigt die drittelzahligen Quarkladungen.

varianz auch zu einer Verletzung der Callan-Gross-Relation).

Ladung der Partonen: Die Nukleon-Strukturfunktionen sind sowohl in der Streuung von Elektronen oder Myonen als auch von Neutrinos und Antineutrinos an Nukleonen gemessen worden. In der Neutrino-Nukleon-Streuung mißt man direkt die Quarkverteilungen, ohne die Wichtung durch die Quarkladungen. Die durch den Ladungsfaktor dividierte Nukleon-Strukturfunktion (7.42) aus der Elektron-Nukleon-Streuung,

$$\frac{18}{5} F_2^{eN} \tag{7.46}$$

können direkt mit der in der Neutrino-Streuung gemessenen Strukturfunktion, $F_2^{\nu N}$, verglichen werden (Abb. 7.11). Das Ergebnis bestätigt die drittelzahligen Quarkladungen.

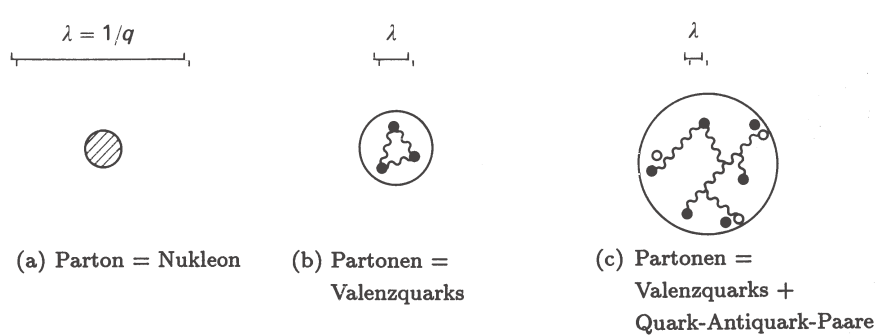


Abbildung 7.12: Struktur eines Nukleons gesehen mit unterschiedlichen Auflösungen $\lambda = 1/\sqrt{-q^2}$. Bei geringer Auflösung wird das Nukleon als Ganzes gesehen (elastische Streuung). Mit steigender Auflösung sieht man mehr Details und die Impulse werden auf mehr Partonen verteilt, ein einzelnes Quark, an dem ein Photon streut, hat im Mittel weniger Impuls, entsprechend kleineres x .

7.2.3 Verletzung der Skaleninvarianz und QCD

Skaleninvarianz, das heißt die q^2 -Unabhängigkeit der Strukturfunktionen, erwartet man eigentlich nur bei quasi-elastischer Streuung an den Partonen, das heißt, wenn die Partonen im Nukleon frei sind. Da wir aber wissen, daß es die starke Wechselwirkung gibt, die die Quarks im Nukleon hält, ist es eigentlich erstaunlich, daß die Skaleninvarianz so gut erfüllt ist. Wir erklären das damit, daß die Quarks bei kleinen Abständen ($< r_{\text{Proton}} \approx 1 \text{ fm}$) quasi-frei sind (‘asymptotische Freiheit’ der QCD).

Tatsächlich hat man eine Verletzung der Skaleninvarianz (genannt Skalenverletzung) beobachtet, die inzwischen ein wichtiges Forschungsgebiet geworden ist. Vor allem die HERA-Experimente H1 und ZEUS messen mit höchster Präzision diese Skalenverletzung, weil man dadurch wichtige Eigenschaften der QCD bestimmen kann.

Die Skalenverletzung tritt wegen der Wechselwirkung der Quarks mit dem Gluonenfeld auf. Ein Quark emittiert und absorbiert ständig Gluonen. Bei nicht sehr hohem q^2 wird man eventuell Emission und Absorption nicht auflösen: man merkt garnicht, daß zwischendurch mal zwei Teilchen vorliegen (siehe dazu Abb. 7.12). Erst bei genügend hohem q^2 , entsprechend guter räumlicher Auflösung, ‘erwischt’ man das Quark, wenn es gerade abgestrahlt hat und einen Anteil Δx des Impulses an ein Gluon abgegeben hat. Damit sieht man mit steigender räumlicher Auflösung, steigendem q^2 , eine Verschiebung der Impulsverteilung zu kleineren x -Werten. In Abb. 7.9 wird schematisch gezeigt, wie sich die x -Verteilung mit höherem q^2 verschiebt.

In Abb. 7.13 wird gezeigt, daß die gemessene Strukturfunktion F_2 für feste x -Werte tatsächlich eine q^2 -Abhängigkeit hat, und zwar bei kleinen x steigend und bei großen x fallend.

Die Skalenverletzung macht eine Aussage über die q^2 -Abhängigkeit der Quark-Gluon-Kopplung. Deren Messung erlaubt deshalb eine Bestimmung der laufenden Kopplungskonstanten $\alpha_s(q^2)$.

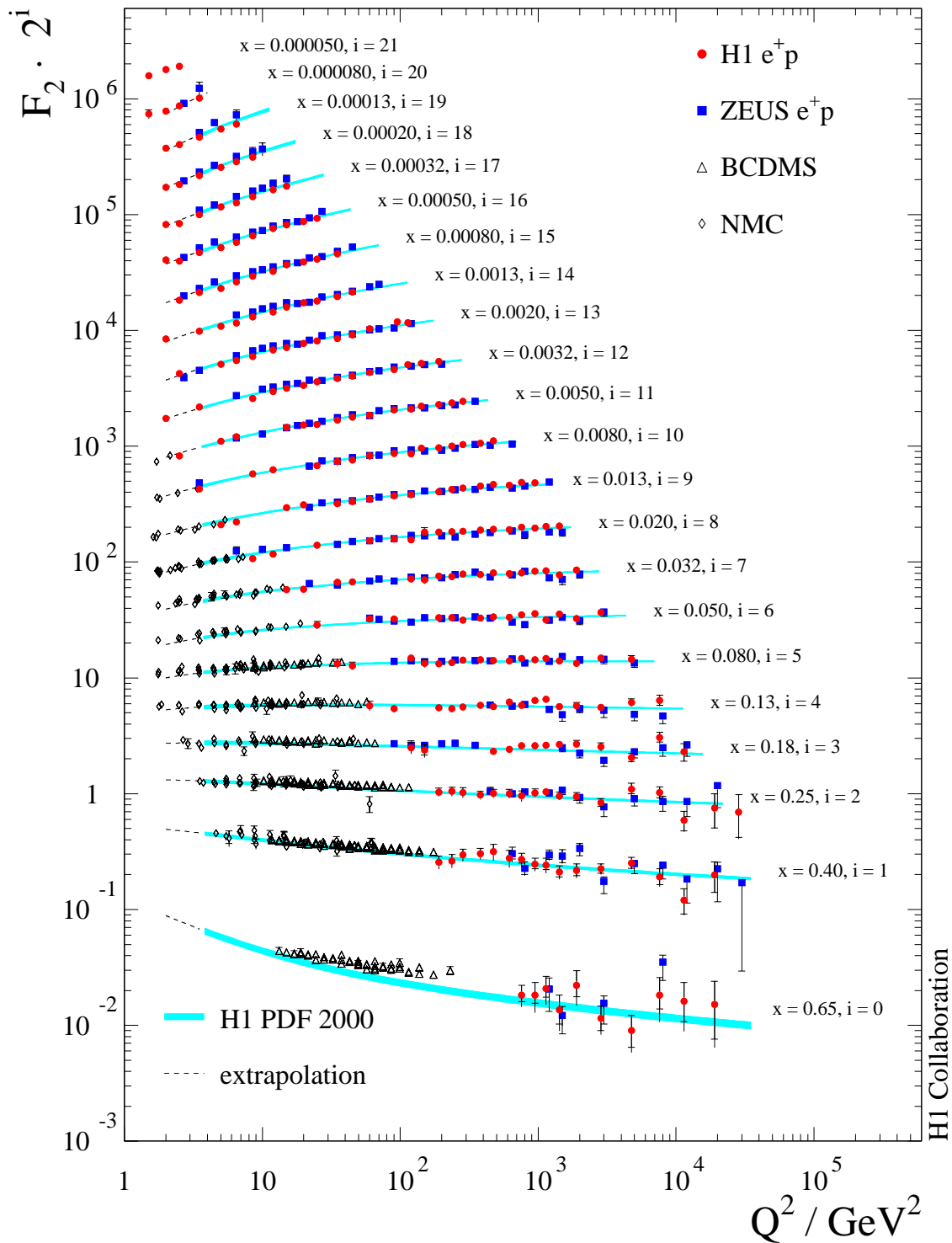


Abbildung 7.13: Die Strukturfunktion F_2 als Funktion von $Q^2 = -q^2$ für feste x -Werte (jeweils um einen Faktor 2 verschoben, damit man die Kurven einzeln sehen kann). Die Messungen bei hohen Q^2 - oder kleinen x -Werten waren erst mit HERA möglich (H1, ZEUS).