28.05.2009
H. Kolanoski
T. Waldenmaier

Übung 6

zur Vorlesung im SS 2009

Detektoren in der Elementarteilchenphysik

6.1 Driftgeschwindigkeit in einem Modellgas

Berechnen Sie die Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Argon unter Vernachlässigung der Energieverteilung der Elektronen, also für feste Energien ϵ. Die Energien sollen von 1 bis 10 eV variiert werden. Der Wirkungsquerschnitt und die Inelastizität seinen gegeben durch:

$$\begin{aligned}\sigma(\epsilon) &= \sigma_0 \cdot \epsilon/1\,\mathrm{eV} = 10^{-16}\,\mathrm{cm}^2 \cdot \epsilon/1\,\mathrm{eV} \\ \Lambda_0(\epsilon) &= \frac{2m_e}{M(\mathrm{Argon})} \approx 0.25 \cdot 10^{-4}\end{aligned}$$

a) Tragen Sie das benötigte elektrische Feld E, die Driftgeschwindigkeit v^D und die charakteristische Energie ϵ_k gegen die Elektronenenergie auf.

b) Stellen Sie die entsprechenden Kurven für eine energieabhängige Inelastizität,

$$\Lambda(\epsilon) = \Lambda_0 \left(\frac{\epsilon}{10\,\mathrm{eV}}\right)^m,$$

für verschiedene Werte von m dar. Ab welchem Wert von m nimmt die Driftgeschwindigkeit mit zunehmender Energie ab?

6.2 Diffusion im Magnetfeld

In einer TPC kann der Driftweg der Elektronen mehr als 1 m betragen. Trotzdem erhält man eine sehr gute Ortsauflösung, da die Diffusion in der Ebene senkrecht zur Driftrichtung (transversale Diffusion) durch das Magnetfeld eingeschränkt wird. Es zwingt die Elektronen auf Spiralbahnen um die Feldrichtung. Berechnen Sie, um welchen Faktor die Diffusion durch das Magnetfeld unterdrückt wird.

Anleitung: Betrachten Sie zuerst die Bewegung eines Elektrons in einem Gas ohne äußere Felder. Zwischen zwei Stößen legt es den Weg $r{=}vt$ zurück, bevor es bei $t = \tau$ (mittlere Stoßzeit) zur nächsten Wechselwirkung kommt. Die Stoßzeiten gehorchen einer Verteilung der Form

$$P(t) = \frac{1}{\tau}\exp(-\frac{t}{\tau}).$$

Damit kann man den mittleren quadratischen Abstand vom Ursprungsort nach dem ersten Stoß berechnen, indem man über alle möglichen Stoßzeiten mittelt:

$$\left\langle r^2 \right\rangle = \int_0^\infty r^2(t)P(t)dt = \frac{v^2}{\tau}\int_0^\infty t^2\exp(-\frac{t}{\tau})dt$$

Man erhält:

$$\left\langle r^2 \right\rangle = 2(v\tau)^2.$$

Nach einer Zeit t ist es zu t/τ Stößen gekommen und $\langle r^2 \rangle$ beträgt:

$$\frac{t}{\tau} 2(v\tau)^2$$

Vergleicht man dieses Resultat mit der mittleren Breite einer Ladungsverteilung, die zu Beginn δ-förmig war und sich mit der Diffusionskonstante $D_{B=0}$ ausbreitet, erhält man

$$\left\langle r^2 \right\rangle = \frac{T}{\tau} 2(v\tau)^2 \overset{!}{=} 6 D_{B=0} T,$$

also

$$D_{B=0} = \frac{v^2 \tau}{3} = \frac{v\lambda}{3}.$$

Dieser Zusammenhang zwischen Diffusionskoeffizient und mittlerer freier Weglänge λ wurde schon in der Vorlesung angegeben. Für die transversale Geschwindigkeitskomponente $v_\perp$ (z.B. in xy-Richtung) erhält man entsprechend

$$D_{B=0} = \frac{v_\perp^2 \tau}{2}.$$

Sobald ein Magnetfeld B anliegt, bewegt sich das Elektron in der Ebene senkrecht zur Feldrichtung auf einer Kreisbahn s (siehe Abb. 1). Die Zeit für einen Umlauf ist durch die Zyklotronfrequenz $\omega = \frac{eB}{m}$ gegeben. Berechnen Sie den mittleren quadratischen transversalen Abstand $\langle r_\perp^2 \rangle$ als Funktion der Zeit t, und der mittleren transversalen Geschwindigkeit $v_\perp$ und des Krümmungsradius $\rho = \frac{v_\perp}{\omega}$, wenn das Elektron zum ersten Mal bei $t = 0$ im Koordinatenursprung gestreut wird. Ermitteln Sie hieraus die transversale Diffusionskonstante $D_\perp$ im Magnetfeld und besimmen Sie das Verhältnis $D_{B=0}/D_\perp$. Berechnen Sie den Wert für $B = 1.5\,\mathrm{T}$ und $\tau = 10^{-11}\,\mathrm{s}$.

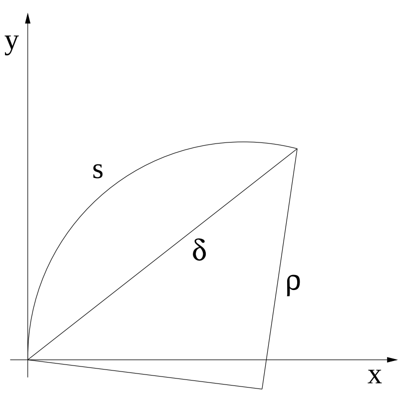

Abbildung 1: Time Proportional Chamber ($\delta \equiv r$ im Aufgabentext!)

Besprechung am Donnerstag 04.06.2009, in der Übung