

$$\begin{aligned}
\text{relativistisch:} & \quad P_R \sim n^{4/3} \\
\text{nicht-relativistisch:} & \quad P_{NR} \sim n^{5/3} \\
\text{Gravitationsdruck:} & \quad P_{grav} \sim n^{4/3}
\end{aligned}$$

Im **nicht-relativistischen** Fall steigt der Entartungsdruck bei Kompression schneller als der Gravitationsdruck und damit ergibt sich ein **stabiler Endzustand**. Dagegen führt im **relativistischen** Fall die gleiche Abhängigkeit des Entartungsdruckes und des Gravitationsdruckes von der Elektronendichte zu einem **labilen Gleichgewicht**, das bei einer Störung zum Kollaps führt.

Da der Fermi-Impuls nach (6.42) ebenfalls von der Elektronendichte abhängt, gibt es eine kritische Dichte, bei der ein Übergang von nicht-relativistischen zu relativistischen Impulsen stattfindet und damit von einem stabilen Endzustand zu einem kollabierenden System. Für die folgende Abschätzung soll das relativistische Regime durch  $p_F > m_e c$  festgelegt sein. Durch eine Kompression steigt  $p_F$  und kann bei ausreichender Gesamtmasse den kritischen Impuls  $p_F = m_e c$  überschreiten. Die Grenzmasse, oberhalb der der Stern instabil wird, ist die Chandrasekar-Masse  $M_{Ch}$ , die wir im Folgenden berechnen wollen.

Die kritische Elektronendichte, bei der  $p_F$  relativistisch wird, ist:

$$p_F = h \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3} = m_e c \implies n_{krit}^{-1/3} = \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{1/3} \frac{h}{m_e c} \approx 0.5 \lambda_{Compton} \quad (6.49)$$

Das kritische Volumen pro Elektron ist also, wie erwartet, von der Größenordnung  $O(\lambda_{Compton}^3)$ . Für  $P_{grav} = P_{NR}$  und  $n = n_{krit}$  ergibt sich dann mit (6.44), (6.47) und (6.49) die kritische Grenzmasse:

$$M_{Ch} \approx \frac{3\sqrt{2}}{8\pi} \left( \frac{hc}{G} \right)^{3/2} \left( \frac{Z}{A m_p} \right)^2 = 4.91 \left( \frac{Z}{A} \right)^2 \cdot M_\odot \quad (6.50)$$

Dabei ist  $Z/A \approx 1/2$ . Mit einer etwas genaueren Abschätzung wird die **Chandrasekar-Masse** mit

$$M_{Ch} = 1.4 \cdot M_\odot \quad (6.51)$$

angegeben. Für  $M > M_{Ch}$  kann der Elektronenentartungsdruck den Kollaps nicht aufhalten.

### 6.3.2 Weiße Zwerge

Für Sterne mit Massen kleiner als etwa  $0.25 \cdot M_\odot$  endet die Energieerzeugung durch Fusion mit dem Wasserstoffbrennen, weil die Masse nicht ausreicht, durch gravitative Kontraktion die Temperatur genügend zu erhöhen, um Heliumbrennen zu starten. Diese Sterne leuchten beim Kontrahieren für relativ kurze Zeit als Weißer Zwerg auf, um dann als Schwarzer Zwerg zu enden.

Sterne in einem Massenbereich

$$0.25 \cdot M_\odot < M < M_{Ch} = 1.4 \cdot M_\odot \quad (6.52)$$

verbrennen den Wasserstoff relativ gleichmäßig von innen nach aussen, wobei ein Heliumkern stetig anwächst. Der Kern kühlt durch Strahlung ab und kontrahiert,

Tabelle 6.1: Zeitskala der Kernfusionsprozesse in einem Stern mit 25 Sonnenmassen.

Fusion of	Time to complete	Core temperature (K)	Core density ( $\text{kg m}^{-3}$ )
H	$7 \times 10^6$ yr	$6 \times 10^7$	$5 \times 10^4$
He	$5 \times 10^5$ yr	$2 \times 10^8$	$7 \times 10^5$
C	600 yr	$9 \times 10^8$	$2 \times 10^8$
Ne	1 yr	$1.7 \times 10^9$	$4 \times 10^9$
O	0.5 yr	$2.3 \times 10^9$	$1 \times 10^{10}$
Si	1 day	$4.1 \times 10^9$	$3 \times 10^{10}$

wobei die Temperatur wieder ansteigt. Bei Sternen des betrachteten Massenbereiches wirkt dem Gravitationsdruck im wesentlichen der Entartungsdruck der Elektronen entgegen. Der Gasdruck der Ionen in dem Helium-Elektron-Plasma ist bis zu der Zündtemperatur des Heliums viel geringer als der Entartungsdruck:

$$P_{Fermi} \gg P_{gas}. \quad (6.53)$$

Dadurch führt das Zünden des Heliumbrennens nicht zur Expansion des Sterns (die durch die Temperaturerhöhung des Gases getrieben würde) und es kommt zu einer explosionsartigen Zündung ('Helium-Flash'), meistens begleitet von einem Ausstoßen der äußeren Hülle (Bildung 'planetarer Nebel' um den Stern). Wenn die Masse nicht ausreicht, um Kohlenstoffbrennen zu zünden (ab  $M \approx M_{\odot}$ ), kontrahiert der Stern nach dem Ausbrennen des Heliums zu einem relativ heißen kleinen Stern, einem Weißen Zwerg, der im wesentlichen aus kristallisiertem Kohlenstoff besteht, was bei den Druck-Temperatur-Verhältnissen ein sehr großer Diamant ist.

### 6.3.3 Supernova (Typ II)

Schwere Sterne, oberhalb der Chandrasekar-Masse, können alle Stadien bis zur Eisenproduktion durchlaufen. Die einzelnen Stadien werden in immer schnellerer Folge durchlaufen bis zu einem explosiven Ende (Tabelle 6.1). Mit höheren Kernmassen bei der Verbrennung steigt die Temperatur und sorgt für ein Gleichgewicht zwischen Strahlungs- und Gasdruck einerseits und dem Gravitationsdruck andererseits. Durch die Verbrennung wächst der Eisenkern stetig an, bis er die Chandrasekar-Masse überschreitet und es zu einem Kollaps, der Supernova-Explosion, kommt. Eine solche Supernova, bei der der Kern kollabiert, wird dem Typ II zugeordnet.

Auslöser für den Kernkollaps ist eine Kühlung des Kerns durch Photodisintegration von Eisen und durch Wegtragen von Energie durch Neutrinos, die in inversen  $\beta$ -Zerfällen erzeugt werden.

**Photodisintegration:** Der Kern heizt sich auf über  $10^{10}$  K auf, wodurch Photonenenergien oberhalb von 2.5 MeV, die für die Eisenspaltung erforderlich sind, erreicht werden. Über verschiedene Zwischenstufen kann Eisen letztlich wieder in Heliumkerne zerlegt werden:



Zur rechten Seite hin ist der Prozess endotherm, was durch Kühlung zu einer Beschleunigung des Kollapses führt. Schließlich kann auch noch das Helium endotherm in seine Bestandteile zerlegt werden:



**Neutronisierung:** Wenn durch die Kontraktion die Fermi-Impulse der Elektronen 0.8 MeV übersteigen, ist der inverse  $\beta$ -Zerfall begünstigt:



In Abschnitt 6.3.5 wird gezeigt, dass das Einstellen gleicher Fermi-Energien auf beiden Seiten der Reaktion (6.56) das Gleichgewicht bei wachsender Kontraktion auf die Seite der Neutronen schiebt. Wenn eine Dichte von  $\rho_{Kern} \approx 10^{12} \text{ kg m}^{-3}$  erreicht wird, wird der Fermi-Impuls der Elektronen (6.42):

$$p_F = h \left( \frac{3Z\rho}{8\pi A m_p} \right)^{1/3} \approx 4 \text{ MeV} \quad (6.57)$$

und damit groß genug um den inversen  $\beta$ -Zerfall von Eisen mit einer Schwelle von 3.7 MeV auszulösen:



So werden zunehmend Elektronen und Protonen in Neutronen und Neutrinos umgewandelt. Die Kühlung durch Dissoziation und entweichende Neutrinos führt praktisch zu einem freien Fall mit mit einer Zeitkonstanten (6.20)

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \approx 0.1 \text{ s} \quad (6.59)$$

**Schockwelle:** Der Kollaps wird gestoppt, wenn die Dichte die nukleare Dichte erreicht und der Radius durch die dichte Packung der Nukleonen bestimmt ist:

$$R_{nukl} \approx r_0 A^{1/3} \quad (6.60)$$

Zum Beispiel ergibt sich für  $M = 1.4 M_\odot$  eine Nukleonenzahl  $A = M/m_p = 1.9 \cdot 10^{57}$  und damit ein Radius  $R \approx 15 \text{ km}$ . Die Dichte ist dann:

$$\rho_{Kern} = \rho_{nukl} = \frac{3m_p}{4\pi r_0^3} \approx 2 \cdot 10^{17} \text{ kg m}^{-3} \quad (6.61)$$

Wenn die Dichte  $\rho_{Kern} \approx 2 \dots 3 \cdot \rho_{nukl}$  erreicht hat, wird der Kollaps hart gestoppt und es läuft eine Schockwelle zurück. Das Zurücklaufen der Schockwelle durch das einfallende Material erzeugt die gigantischen optischen Phänomene, die ein Supernova in unserer Galaxis auch am Tage sichtbar machen würden. Trotzdem macht die Energie der emittierten elektromagnetischen Strahlung nur etwa 1% der aus der Graviationsenergie freiwerdenden Energie aus, der überwiegende Teil geht in die Neutrinos. In der Schockwelle findet auch die Nukleosynthese der Elemente, die schwerer als Eisen sind, statt.

**Neutrinoemission:** Die Gravitationsenergie, die durch den Kollaps frei wird, ist etwa:

$$\Delta E_{grav} \approx \frac{3 GM^2}{5 R_{nukl}} = \frac{3 GA^2 m_p^2}{5 r_0 A^{1/3}} = \frac{3 GA^{5/3} m_p^2}{5 r_0} = 3 \cdot 10^{46} \text{ J} = 1.8 \cdot 10^{56} \text{ MeV} \quad (6.62)$$

Das entspricht etwa 100 MeV pro Nukleon und einem Massendefizit von etwa 10%.

Die Neutrinos aus den inversen  $\beta$ -Zerfällen (6.56, 6.58) tragen etwa 5% von  $\Delta E_{grav}$  weg. Allerdings wird die Emission verzögert, weil bei einer Dichte  $\rho > 10^{15} \text{ kg m}^{-3}$  selbst für Neutrinos die Materie undurchlässig wird (siehe die Abschätzung weiter unten). Damit kann für eine kurze Zeit die Energie nicht effizient abgeführt werden und es können durch hochenergetische Photonen über  $e^+e^-$ -Paarproduktion Neutrinos aller Flavors erzeugt werden:

$$\gamma \leftrightarrow e^+ + e^- \leftrightarrow \nu_i + \bar{\nu}_i, \quad i = e, \mu, \tau \quad (6.63)$$

Die Neutrinos werden von einer ‘Neutrinosphäre’, die nur wenige Meter dick ist, ‘abgedampft’. Das soll im Folgenden etwas quantitativer diskutiert werden: Für die Wechselwirkung der Neutrinos in der Materie nehmen wir als typischen schwachen Wirkungsquerschnitt zum Beispiel den für Elektronneutrinos:

$$\sigma(\nu_e + n \rightarrow p + e^-) = \frac{G_F^2 (\hbar c)^2}{\pi} (1 + 3g_A^2) E_\nu^2 \approx 10^{-43} \left( \frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right)^2 \text{ cm}^2 \quad (6.64)$$

Die Neutrinoenergien sind von der Größenordnung 10 MeV. Für  $E_\nu = 20 \text{ MeV}$  und eine Dichte von  $\rho = 10^{15} \text{ kg m}^{-3}$  ergibt sich eine mittlere freie Weglänge

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} = \frac{1}{\sigma N_A \rho} = \frac{900}{(E_\nu/\text{MeV})^2} \text{ m} \approx 2 \text{ m}. \quad (6.65)$$

Für  $\mu$ - und  $\tau$ -Neutrinos ist  $\lambda$  etwas länger, aber von ähnlicher Größenordnung. Bei thermischem Gleichgewicht der Prozesse (6.63) diffundieren die Neutrinos über viele Wechselwirkungsprozesse aus dem Kern. Bei ‘random walk’ ist der gesamte zurückgelegte Weg  $\lambda \cdot N$  bei  $N$  Streuungen, aber die mittlere Entfernung vom Ausgangspunkt nur  $\lambda \cdot \sqrt{N}$ . Daraus lässt sich zum Beispiel die mittlere Diffusionszeit aus der Mitte des Kerns abschätzen:

$$R = \lambda \sqrt{N} \implies N = \frac{R^2}{\lambda^2} \quad (6.66)$$

Dann erhält man für den tatsächlich zurückgelegten Weg und die dafür notwendige Zeit:

$$N \cdot \lambda = \frac{R^2}{\lambda} \implies t = \frac{R^2}{\lambda c} \approx 0.4 \text{ s}. \quad (6.67)$$

Die Energieabgabe durch die Neutrinos aller drei Flavors erstreckt sich etwa von 0.1 bis 10 s, die Energie ist im Mittel  $\bar{E}_\nu \approx 15 \text{ MeV}$  und insgesamt ist der Anteil der Neutrinos an der emittierten Gesamtenergie etwa 99%, weniger als 1% ist optisch sichtbar.

Abbildung 6.14 zeigt die gemessene Lichtkurve der 1987 in der Großen Magelanschen Wolke beobachtete Supernova (SN1987A). Der langsame Abfall der Helligkeit kommt von dem radioaktiven Zerfall schwerer Elemente, die in der Supernova-Explosion gebildet werden. Erst in diesem Endstadium des Sterns können die schweren Elemente oberhalb von Eisen erzeugt werden. Das Vorkommen dieser Elemente

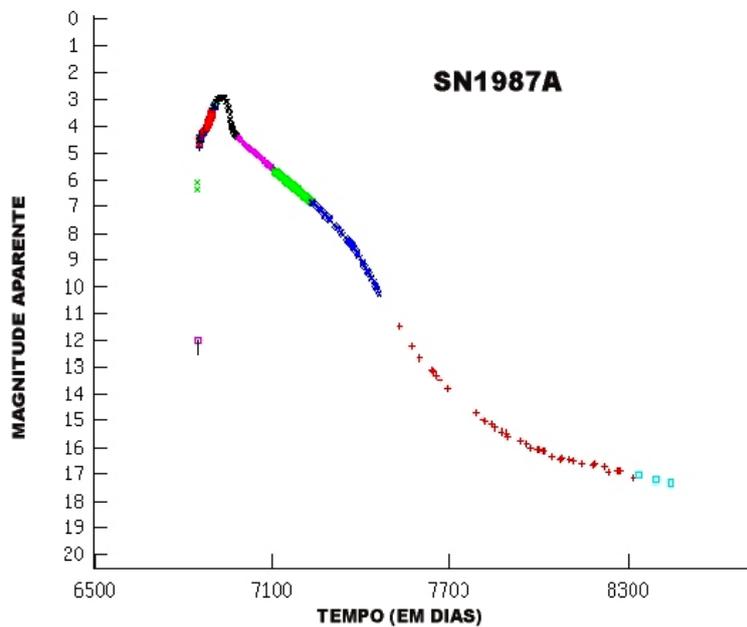


Abbildung 6.14: Scheinbare Helligkeit der Supernova SN1987A als Funktion der Zeit (in Tagen).

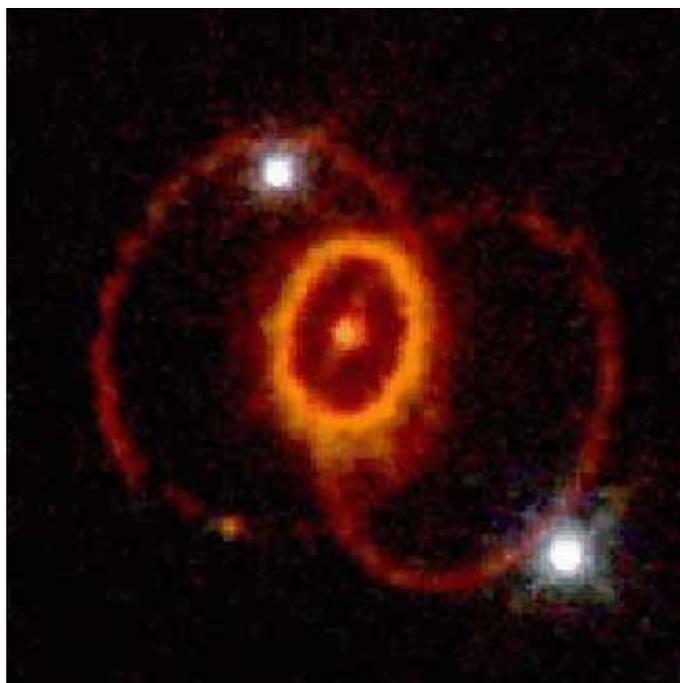


Abbildung 6.15: Aufnahme der Supernova SN1987A etwa 7 Jahre nach der Explosion durch das Hubble-Teleskop.

auf der Erde weist darauf hin, dass sich das Sonnensystem zumindest zum Teil aus Supernova-Resten gebildet hat.

SN1987A wurde in der Großen Magellanschen Wolke etwa 170 000 Lichtjahre von uns entfernt beobachtet. Auf der Erde dürften etwa  $10^{10}$  Neutrinos pro  $\text{cm}^2$  angekommen sein. Davon sind etwa 10 von den beiden Detektoren Kamiokande und IMB nachgewiesen worden. Das ist der bisher erste und letzte Nachweis von Neutrinos mit Ursprung ausserhalb des Sonnensystems. Eine Supernova-Explosion in unserer Galaxis, deren Häufigkeit zu 1 bis 3 pro Jahrhundert abgeschätzt wird, würde sehr starke Signale in Neutrinodetektoren erzeugen, selbst in den auf hohe Energien spezialisierten Detektoren wie IceCube und ANTARES.

Bei der Diskussion von kosmischen Beschleunigern im nächsten Kapitel werden wir auf die Bedeutung der von einer Supernova auslaufenden Schockwelle zurückkommen. In Abb. 6.15 ist eine Aufnahme von SN1987A aus dem Jahre 1994 durch das Hubble-Teleskop gezeigt. Der innere helle Ring wird als die Schockwelle interpretiert, die Interpretation der beiden äußeren Ringe ist nicht ganz klar.

### 6.3.4 Supernova (Typ Ia)

Supernovae vom Typ Ia sollen hier zumindest kurz erwähnt werden, auch wenn wir nicht sehr ins Detail gehen wollen. Dieser Typ ist von besonderem Interesse, weil er durch eine anscheinend universelle Lichtkurve charakterisiert ist (Abb. 6.16), was es erlaubt, solche Supernovae als Standardkerzen zu verwenden und damit die Entfernung zu bestimmen.

Man nimmt an, dass Supernovae vom Typ Ia aus einem Binärsystem aus einem Weißen Zwerg und einem Begleiter (zum Beispiel ein Roter Riese) entstanden sind. Der Weiße Zwerg akkretiert solange Masse von dem Begleiter (Abb. 6.17) bis seine Masse die Chandrasekar-Masse erreicht hat. Es kommt dann innerhalb von Sekunden zur Fusion bis Nickel und Eisen.

Durch die Messung von Supernovae Ia bei großer Rotverschiebung ist in jüngster Zeit eine beschleunigte Expansion des Universums analysiert worden (Abb. 2.19). Die Daten sind am besten mit einer kosmologischen Konstante entsprechend  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$  verträglich. Dieses Ergebnis wird auch von den CMB-Messungen unterstützt (siehe dazu Abschnitt 2.5.5).

### 6.3.5 Neutronensterne und Pulsare

Wir hatten in Abschnitt 6.3.3 gesehen, dass bei einer Supernova-Explosion bevorzugt Neutronen durch inversen  $\beta$ -Zerfall entstehen. Oberhalb der Chandrasekar-Masse von etwa  $1.4 M_\odot$  ist der Entartungsdruck der Elektronen nicht mehr ausreichend, während der Entartungsdruck der Neutronen wegen der kleineren Compton-Wellenlänge mindestens bis  $5 M_\odot$  (mit Drehimpuls höher) dem Gravitationsdruck standhält. In dem angegebenen Massenbereich sind deshalb Neutronensterne die Endstadien von Sternen nach einer Supernova-Explosion.

In einem Neutronenstern stellt sich ein Gleichgewicht zwischen dem Neutronzerfall und dem inversen  $\beta$ -Zerfall ein, wenn die Fermi-Energien von Neutronen und Elektronen etwa gleich sind:

$$E_F(n) \approx E_F(e) \quad (6.68)$$

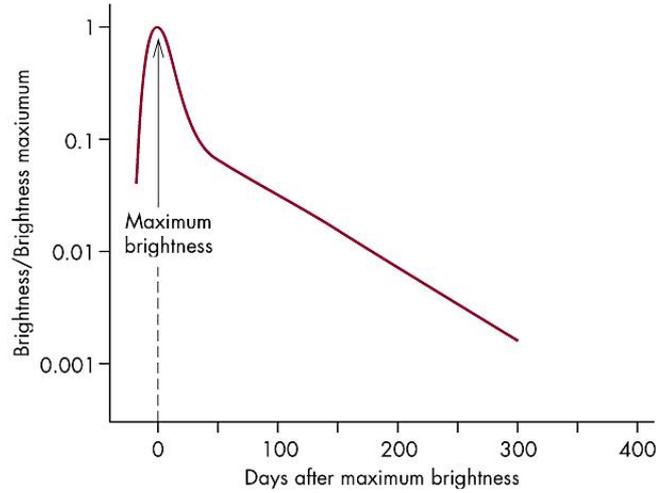


Abbildung 6.16: Lichtkurve einer Supernova vom Typ Ia.

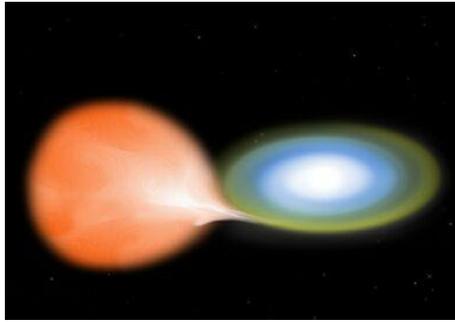


Abbildung 6.17: Darstellung eines Binärsystems, dass zu einer Supernova Ia führt.

Die Protonen tragen hier wenig bei, weil sie durch Ladungserhaltung an die Anzahl der Elektronen, die bei der gegebenen Dichte eine viel höhere Fermi-Energie haben, gebunden sind und die Neutrinos entweichen dem betrachteten Zustandsvolumen. Für eine Dichte  $\rho = 2 \cdot 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$  entsprechend einer Neutronendichte von  $n_n = 1.2 \cdot 10^{44} \text{ m}^{-3}$  ergibt sich für die Neutronen mit (6.42) ein Fermi-Impuls:

$$p_F^n = h \left( \frac{3n_n}{8\pi} \right)^{1/3} \approx 300 \text{ MeV}/c \quad (6.69)$$

Daraus ergibt sich die Fermi-Energie in dem hier vorliegenden nicht-relativistischen Fall:

$$E_F^n = \frac{p_F^{n2}}{2m_n} = 48 \text{ MeV} \quad (6.70)$$

Die Fermi-Energie der Elektronen ist relativistisch zu berechnen:

$$p_F^e \cdot c = E_F^e \approx E_F^n = 48 \text{ MeV} \quad (6.71)$$

Damit läßt sich nun das Verhältnis der Elektron- und Neutrondichten bestimmen:

$$\frac{p_F^e}{p_F^n} = \frac{48}{300} = \left( \frac{n_e}{n_n} \right)^{1/3} \implies n_e \approx 0.004 \cdot n_n \quad (6.72)$$

Das heißt: Weil der Fermi-Impuls der Neutronen viel höher ist, können viel mehr Neutronenzustände im Phasenraum besetzt werden. Mit  $n_e = n_p$  (wegen Ladungserhaltung) folgt, dass Protonen und Elektronen weniger als 1% der Masse eines Neutronensterns ausmachen.

**Eigenschaften eines Neutronensterns:** Aus der Masse  $M/m_n = A$  und der Dichte der Kernmaterie folgt die **Größe** eines Neutronensterns:

$$R \leq r_0 A^{1/3} \approx 10 \dots 15 \text{ km} \quad (6.73)$$

Die Erhaltung des **Drehimpulses** bei dem Kollaps des Muttersterns ergibt ( $I_i$  = Trägheitsmoment):

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2; \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \implies \omega_2 = \frac{R_1^2}{R_2^2} \omega_1 \quad (6.74)$$

Mit den entsprechenden Größen von Sternen ergeben sich Perioden in der Größenordnung von Millisekunden. Geringere Perioden treten nicht auf, weil zu hohe Rotationsgeschwindigkeiten den Neutronenstern zerreißen würden. Die Bedingung, dass die Zentrifugalbeschleunigung kleiner als die Gravitationsbeschleunigung sein soll, bedeutet:

$$\omega^2 R < G \frac{M}{R^2} \implies T > 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad (6.75)$$

Mit einem typischen Radius von etwa 10 km und einer Masse von wenigen Sonnenmassen ergibt sich für die Periode:

$$T > O(1 \text{ ms}) \quad (6.76)$$

Der Fluss des **Magnetfeldes** des Muttersterns bleibt erhalten:

$$\phi_1 = \phi_2 \implies B_1 R_1^2 = B_2 R_2^2 \implies B_2 = B_1 \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \approx B_1 \cdot 10^{11} \quad (6.77)$$

Das heißt, dass Neutronensterne ein riesiges Magnetfeld haben können. Zum Beispiel ergibt sich für  $B_1 = 10^{-2} \text{ T}$  ein Feld von  $B_2 = 10^9 \text{ T}$ .

**Pulsare:** Im allgemeinen sind die Rotationsachse und die Dipolachse des Magnetfeldes eines Neutronensterns nicht ausgerichtet, sondern mit einem Öffnungswinkel  $\theta$  gegeneinander geneigt (Abb. 6.18). Wenn der Neutronenstern bevorzugt in Richtung der Magnetfeldachse abstrahlt, sieht man, bei entsprechender Ausrichtung, auf der Erde eine mit der Rotationsperiode pulsierende Strahlung. Deshalb wurden diese Objekte Pulsare genannt. Pulsare sind mit Perioden von etwa 1 ms bis etwa 10 s beobachtet worden (Abb. 6.19). Sie häufen sich in der galaktischen Ebene, was auf ihren galaktischen Ursprung hinweist (Abb. 6.20).

Zum Beispiel wird in dem Krebsnebel (Abb. 3.3), der von einer Supernova-Explosion im Jahre 1054 stammt, ein Pulsar mit  $\omega = 190/\text{s}$  beobachtet. Die Rotationsgeschwindigkeit nimmt mit einer Rate von  $\dot{\omega} = -2.4 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-2}$  ab. Diesen

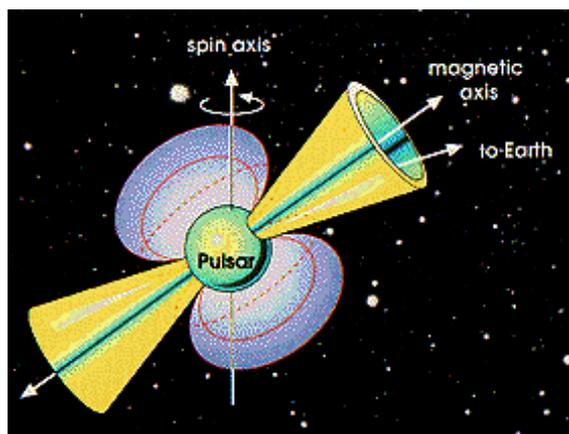


Abbildung 6.18: Neutronenstern, bei dem die Rotationsachse und die Dipolachse des Magnetfeldes gegeneinander geneigt sind.

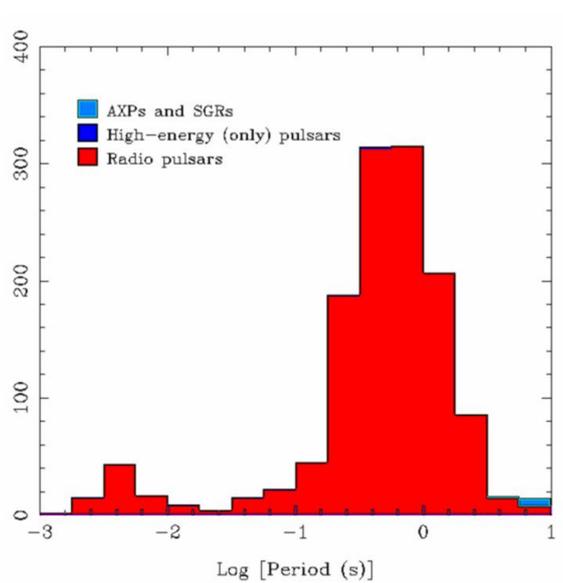


Abbildung 6.19: Verteilung der Perioden der beobachteten Pulsare.

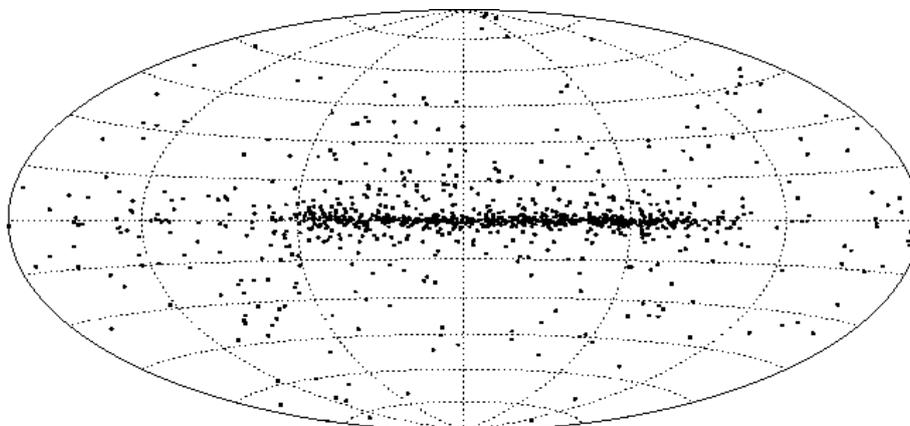


Abbildung 6.20: Verteilung der bekannten Pulsare.

'Spin-Down' kann man näherungsweise durch die Abstrahlung eines rotierenden magnetischen Dipols  $\mu$  erklären. Die abgestrahlte Leistung für ein Dipolmoment  $p_m$ , das mit der Drehachse einen Winkel  $\theta$  einschließt, ist:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} p_m^2 \omega^4 \sin^2 \theta = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} I \omega^2 \right) = I \omega \dot{\omega} \quad (6.78)$$

Daraus ergibt sich:

$$\dot{\omega} \sim \omega^3 \quad (6.79)$$

Mit dieser Beziehung zwischen Spin-Down und Rotationsfrequenz ergibt sich zum Beispiel für die Parameter des Pulsars im Krebsnebel ein konsistentes Bild (siehe Übungsaufgabe).

### 6.3.6 Schwarze Löcher

Neutronensterne werden durch den Entartungsdruck der Neutronen stabil gehalten. Das ist aber auch nur bis zu einer maximalen Masse,  $M_{max}$ , die der Chandrasekarmasse im Falle des Elektronenentartungsdrucks entspricht, möglich. In der Formel (6.50) muss nur  $Z = A$  gesetzt werden (in der relativistischen Näherung gibt es keine Massenabhängigkeit mehr), um die Stabilitätsgrenze eines Neutronsterns zu berechnen:

$$M_{max} \approx \frac{3\sqrt{2}}{8\pi} \left( \frac{hc}{G} \right)^{3/2} \left( \frac{Z}{A m_p} \right)^2 \approx 5 \cdot M_\odot \quad (\text{ohne Drehimpuls}). \quad (6.80)$$

Bei Berücksichtigung der mit einem Drehimpuls verbundenen Zentrifugalkraft kann diese Grenze sich bis etwa  $20 \cdot M_\odot$  verschieben. Wenn die Sternmasse die Grenzmasse überschreitet, gibt es nichts mehr, was den gravitativen Kollaps aufhält und die Masse kontrahiert zu einer Singularität, dem Schwarzen Loch. Die Möglichkeit einer solchen Singularität wird auch von den Einstein-Gleichungen vorhergesagt.

Die Eigenschaften eines Schwarzen Loches sind durch Masse, Drehimpuls und Magnetfeld festgelegt. Von einem Schwarzen Loch kann man außen kein Signal empfangen. Der **Schwarzschild-Radius** legt die Kugelschale um ein Schwarzes Loch fest, innerhalb der kein Signal, insbesondere auch kein Licht, nach außen dringen kann (siehe auch Gleichung (2.50) in Abschnitt 2.2.2). Die Einstein-Gleichungen ergeben für den Schwarzschild-Radius:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (6.81)$$

In den Zentren von Galaxien scheinen sich in der Regel schwarze Löcher gebildet zu haben. Insbesondere scheinen die enormen Luminositäten von Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) von der Akkretion von Massen durch ein Schwarzes Loch herzurühren. Im Zentrum unserer Milchstraße wird ein Schwarzes Loch mit einer Masse von etwa  $3.7 \cdot 10^6 \cdot M_\odot$  mit der Radioquelle Sagittarius A\* assoziiert. Dieses Schwarze Loch erscheint allerdings relativ ruhig, wahrscheinlich weil es in seiner Umgebung bereits die Sterne verschluckt hat. Man glaubt deshalb auch, dass AGNs jüngere Galaxien sind.