DIE MAXWELLSCHEN GLEICHUNGEN

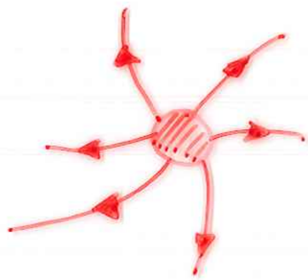
J. BLÚMLEIN

SEPT. 89

1. DIFFERENTIELLE UND INTEGRALE FLUSSRELATIONEN IN FELDTHEORIEN
2. GRUNDGRÖSSEN DER KLASSISCHEN ELEKTRODYNAMIK
3. DIE MAXWELLGLEICHUNGEN
4. POTENTIALDARSTELLUNG DER MAXWELL GLEICHUNGEN UND LORENTZINVARIANZ

1. DIFFERENTIELLE UND INTEGRALE FLUSSRELATIONEN IN FELDTHEORIEN

⟶ KLASSISCHE PHYSIK



BETRACHTEN : • FELDQUELLEN
(FELDSENKEN)

LADUNGEN

⟶ elektrische Ladung

⟶ (magnetische Ladung)

• FELDER

BEISPIEL

LADUNGSERHALTUNG:

$$f_i \cdot \frac{\partial \varrho_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i = 0$$

$i = e, m$

$$f_i = \begin{cases} 1 & i = e \\ -1 & i = m \end{cases}$$

$$\iiint_V \vec{\nabla} \vec{j} \, dV = \oint\!\!\oint_{\partial V} \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$$= \frac{\partial Q}{\partial t}$$

$Q = \iiint \varrho \, dV$

SATZ von GAUSS

$\vec{\nabla}$ Nabla Operator

Häufig bildet man mit ihm „Vektoroperationen".

GRADIENT : $\vec{\nabla} \cdot a(x)$, a - SKALAR

DIVERGENZ : $\vec{\nabla} \cdot \vec{a}(x)$, $\vec{a}$ - Vektor; Skalarprodukt

$= \mathrm{div}\, \vec{a}(x)$

ROTATION :

$\vec{\nabla} \times \vec{a}(x)$, Vektorprodukt

$= \mathrm{rot}\, \vec{a}(x)$

QUELLENFREIHEIT :

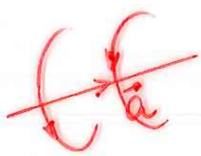
$\mathrm{div}\, \vec{a} = 0 \longrightarrow \frac{\partial a_0}{\partial t} = 0$

a_0 - Quelldichte!

a_0 - zeitlich konstant.

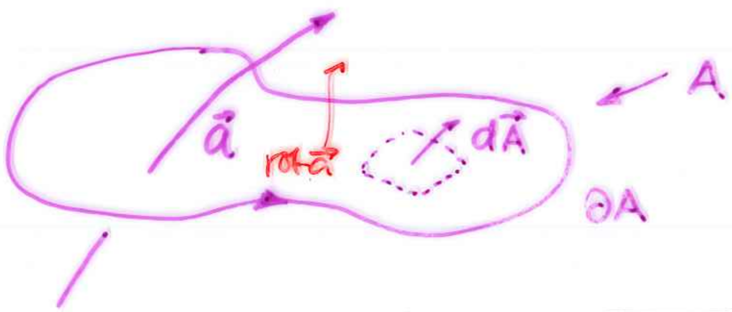
WIRBELFREIHEIT :

$\mathrm{rot}\, \vec{a} = \vec{0}$



$$\oint_{\partial A} \vec{a} \cdot d\vec{s} = \iint_{A} \mathrm{rot}\, \vec{a} \cdot d\vec{A}$$

SATZ VON STOKES



VEKTORANALYSIS:

ALLGEMEIN FORMULIERBAR IM KALKÜL DER ALTERNIERENDEN DIFFERENTIALFORMEN.

$$\sum_{i=1}^{m} f_i \, d\varphi_{1i} \wedge d\varphi_{2i} \wedge \ldots \wedge d\varphi_{ni} = \omega$$

$$\int_B f \, d\varphi_1 \wedge \ldots \wedge d\varphi_n = \int_{D_f} f(x_i) \frac{\partial(\varphi_1 \ldots \varphi_n)}{\partial(x_1 \ldots x_n)} \, d(x_1 \ldots x_n) \, .$$

vgl.: S. Brehmer, H. Haar, Differentialformen und Vektoranalysis, DVW Berlin 1973

2. GRUNDGRÖSSEN DER KLASSISCHEN ELEKTRODYNAMIK

DIE NACHFOLGENDE FORMULIERUNG UMFASST NEBEN DER ELEKTRISCHEN LADUNG MAGNETISCHE LADUNGEN.

$\longrightarrow$ HÖHERE SYMMETRIE DER MAXWELL GLEICHUNGEN $\longleftarrow$

FELDER:

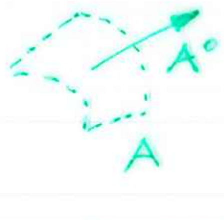
$\vec{E}$ ELEKTRISCHE FELDSTÄRKE

$$\vec{E} \underset{Df}{=} \frac{1}{Q_p} \vec{F}_Q$$

Q_p - PROBELADUNG

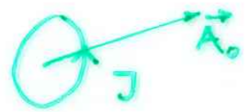
$\vec{D}$ ELEKTRISCHE VERSCHIEBUNGSFLUSSDICHTE

$$\vec{D} = \vec{D}_0 \cdot |\vec{D}| \quad ; \quad |\vec{D}| = \sup_{\forall\varphi\,\forall\vartheta} \frac{dQ_{influenz}}{dA} \qquad \vec{D}_0 = \vec{A}_0$$



$\vec{H}$ MAGNETISCHE FELDSTÄRKE

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cdot |\vec{H}| \quad ; \quad |\vec{H}| = \sup_{\forall\vartheta\forall\varphi} \frac{J_{induktiv}}{l_s} \cdot \omega \quad , \quad \vec{H}^\circ = \vec{A}^\circ$$



$\vec{B}$ MAGNETISCHE INDUKTION

$$\vec{B} = \frac{1}{Q_m} \cdot \vec{F}_m$$

, Q_m - PROBEPOL (MONOPOL)

MATERIALGLEICHUNGEN:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \cdot \vec{H}$$

μ , $\frac{1}{\varepsilon}$: Tensoren.

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \vec{D}$$

LADUNGEN UND STRÖME:

$\rho_q = \frac{Q}{V}$ ELEKTRISCHE LADUNGSDICHTE

$\rho_m = \frac{m}{V}$ MAGNETISCHE LADUNGSDICHTE

$j = \rho \cdot \vec{v}$ STROMDICHTE

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \rho_q}{\partial t} + \operatorname{div} j_q &= 0 \\ -\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \operatorname{div} j_m &= 0 \end{aligned}\right\}$$

ERHALTUNGSSÄTZE DER ELEKTRISCHEN UND MAGNETISCHEN LADUNG